Ensemble des nombres réels et sous-ensembles

1)Ensembles de nombres.

a) L'ensemble des entiers naturels. $\mathbb{N}$

$\mathbb{N}$={0 ; 1 ; 2 ; ... ; n ; ...},

b) L'ensemble **des entiers relatifs :** $\mathbb{Z}$

Tous les entiers qu'ils soient négatifs, positifs ou nuls, sont des entiers relatifs :$\mathbb{Z}$={... ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; ... }

$\mathbb{Z}^*=\mathbb{Z}\backslash\{0\}$ ($\mathbb{Z}$ privé de 0) ;

c) L'ensemble des décimaux. $\mathbb{D}$

L'ensemble des décimaux est l'ensemble des nombres Dits "à virgule". Cet ensemble est noté $\mathbb{D}$.

$$D=\left\{a\times 10^{-n}=\frac{a}{10^n}\,/\,a\in\mathbb{Z};n\in\mathbb{N}\right\}$$

d) L'ensemble des rationnels. $\mathbb{Q}$:Les nombres rationnels sont les fractions de la forme p/q : $\mathbb{Q}=\left\{\frac{a}{b}\,/\,a\in\mathbb{Z};b\in\mathbb{N}^*\right\}$

e) L'ensemble des réels. $\mathbb{R}$: Tous les nombres utilisés en Seconde sont des réels. Cet ensemble est noté $\mathbb{R}$.

Et on a : $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset D\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$

IR$^+$ désigne l'ensemble des réels positifs (avec zéro)

IR$^-$ désigne l 'ensemble des réels négatifs (avec zéro)

2) opérations et règles de calcul dans l'ensemble des nombres réels :

$a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$ et $c\in\mathbb{R}$ et $d\in\mathbb{R}$ et $k\in\mathbb{R}$

$a+b=b+a$; $a+(b+c)=(a+b)+c=a+b+c$

$-a$ L'opposé de a

$(-a)+a=a+(-a)=0$ et $a+0=0+a=a$

$a-b=a+(-b)$ et $-(a-b)=-a+b$

$a\times b=b\times a=ab=ba$ et $a(bc)=(ab)c=(ac)b=abc$

Si : $a\neq 0; a\times\frac{1}{a}=1$ $\frac{1}{a}$ l'inverse de a et $\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$

$k(a+b)=ka+kb$ et $k(a-b)=ka-kb$

$(a+b)(c-d)=ac-ad+bc-bd$

Si $bd\neq 0$ $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ et $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$ et $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$

$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$ et $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$ et $k\times\frac{a}{b}=\frac{ak}{b}$

$\frac{\frac{a}{b}}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b};bc\neq 0$ et $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$

Si on a : $\begin{cases}a=b\\c=d\end{cases}$ alors $a+c=b+d$

Si $bd\neq 0$ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ si et seulement si ad=bc

$\frac{a}{b}=0$ ssi $a=0$

3)Racine carrée : a) a est un nombre **positif**. La **racine carrée** de a, notée $\sqrt{a}$, est le nombre positif dont le carré est Égal à a.

b) soient a et b deux nombres positifs ou nuls

$\left(\sqrt{a}\right)^2=\sqrt{a^2}=a$ $\left(\sqrt{a}\right)^n=\sqrt{a^n};n\in\mathbb{N}^*$ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}};b\succ 0$

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

$a\in\mathbb{R}^+$: $x^2=a$ si et seulement si $x=\sqrt{a}$ ou $x=-\sqrt{a}$

4)Les Puissances :a): $a\in\mathbb{R}^*$ et $b\in\mathbb{R}$ et $n\in\mathbb{N}^*$

Le produit de n facteurs égaux à a et noté a^n et s'appelle la puissance n$^{\text{-ième}}$ de a » ; n est appelé exposant

$a^n=\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}$ Cas particulier : $a^1=a;a^0=1$

et on a : $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ En particulier : Pour a $\neq 0$ $\mathbf{a^{-1}}=\frac{1}{a}$

$10^n=\underbrace{1000\cdots 0}_{n};n\in\mathbb{N}$ (n zéros)

$10^{-n}=\underbrace{0,000\cdots 01}_{n};n\in\mathbb{N}$ (n zéros)

$10^1=10$; $10^{-1}=0,1$; $10^{-2}=0,01$;$10^0=1$

b)Propriétés des puissances : $a\in\mathbb{R}^*$ et $b\in\mathbb{R}^*$ et

$n\in\mathbb{N}^*$; $m\in\mathbb{N}^*$ $\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$ $a^n\times b^n=(ab)^n$;

$\left(a^n\right)^m=a^{nm}$; $a^n\times a^m=a^{n+m}$; $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$

4) Écriture scientifique d'un nombre décimal

La notation scientifique d'un nombre décimal est de la forme $a\times 10^p$ où a est un nombre décimal ($1\leq a\prec 10$) et p un nombre entier relatif.

5) Identités remarquables : $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$

1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

3) $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ 4) $a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$

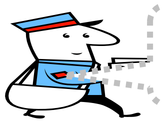
5) $a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab-b^2\right)$ Somme de deux cubes

6) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ Cube d'une Somme

7) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ Cube d'une différence

Ces formules sont pour développer et pour factoriser

Factoriser une expression, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.



<u>Factoriser</u> c'est écrire sous la forme d'un **produit**