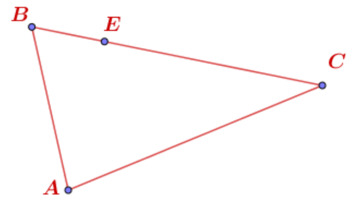
Exercice N°1

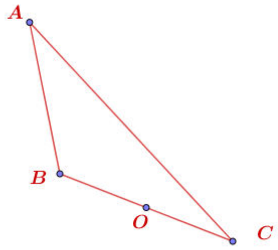
ABC est un triangle tel que $BC = 4$ et $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = 12$ et $\hat{C} = \frac{\pi}{4}$.



1) Montrer que $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = 4$.
2) Démontrer que $AC = \sqrt{2}$ et calculer AB .
3) Soit le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$, calculer $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{BC}$ ، que peut-on déduire?

Exercice N°2

ABC est un triangle tel que $AB = a$ et $AC = 3a$ et $\cos\hat{A} = \frac{2}{3}$ et O milieu de $[BC]$ $(a \in \mathbb{R}_+^*)$.

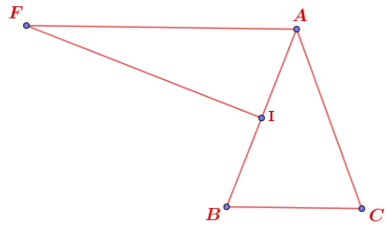


1) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.
2) En déduire que $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = -a^2$ et que $BC = a\sqrt{6}$.
3) Calculer AO
4) Soit E un point tel que : $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{9}\overrightarrow{CA}$.
   a) Montrer que $9\overrightarrow{AE} = 9\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.
   b) Montrer que le triangle ACE est rectangle en A .

Exercice N°3

ABC est un triangle isocèle de sommet A tel que $\cos\hat{A} = \frac{3}{4}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 6$

Soit I le milieu de $[AB]$ et F tel que $\overrightarrow{AF} = -2\overrightarrow{BC}$.

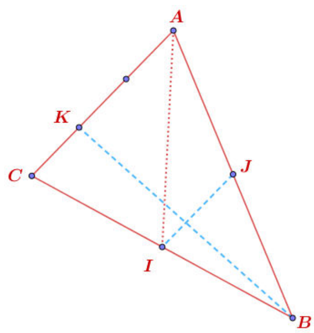


1) Montrer que $AB = 2\sqrt{2}$ et $BC = 2$.
2) Calculer $\overrightarrow{IF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
3) Montrer que le triangle AIF est rectangle en I .
4) Montrer que $IF = \sqrt{14}$.
5) En utilisant le théorème de la médiane montrer que $BF = 4$.

Exercice N°4

ABC est un triangle tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) = \frac{\pi}{4}$ et $AB = 2\sqrt{2}$ et $AC = 3$.

I et J sont respectivement les milieux des segments $[BC]$ et $[AB]$ et K un point tel que $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.



1) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, en déduire que $BC = \sqrt{5}$.
2) Montrer que $AI = \frac{\sqrt{29}}{2}$.
3) a) Ecrire $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
   b) Calculer $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AB}$.
   c) Calculer $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AC}$ en déduire $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AK}$.
   d) Calculer $\overrightarrow{AJ}.\overrightarrow{AB}$ en déduire $\overrightarrow{AJ}.\overrightarrow{AK}$.
4) Vérifier que $\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AJ}.\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AJ}.\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AB}$
5) Montrer que les droites (IJ) et (BK) sont perpendiculaires.