I. Repère dans le plan

1. Définitions

$\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ est un repère du plan

- Si $\vec{i}\perp\vec{j}$ alors, le repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ est dit **orthogonal**
- Si $\vec{i}\perp\vec{j}$ et $\left\|\vec{i}\right\|=\left\|\vec{j}\right\|$ alors, le repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ est dit **orthonormal.**

2. Coordonnées d'un point – Coordonnées d'un vecteur dans un repère

- Un point M a pour coordonnées $(x;y)$ dans le repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ Signifie que $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$.

  On note $M(x;y)$
- Dire que le vecteur $\vec{u}$ a pour coordonnées $(x;y)$ dans le repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$, signifie que

  $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$. On note $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$.

3. Propriétés :

Le plan est muni d'un repère Orthogonal $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ et soient $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ *et* $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ deux vecteurs et $k\in\mathbb{R}$

$A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ deux points du plan. On a:

• $\vec{u}=\vec{v}$ équivaut à $(x=x' \text{ et } y=y')$. • $\vec{u}+\vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$ • $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$	• Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ • Le point I milieux du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$ • La distance : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

4. Condition de colinéarité

Soit $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ un repère du plan. $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ *et* $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ Deux vecteurs.

- $\det\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\begin{vmatrix}x & x'\\ y & y'\end{vmatrix}=xy'-yx'$
- $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ *et* $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont **colinéaires** si et seulement si $\det\left(\vec{u},\vec{v}\right)=0$

II. Détermination d'une droite

$A(x_0;y_0)$ un point du plan muni d'un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}\alpha\\\beta\end{pmatrix}$ un vecteur non nul

1. Droite définie par un point et un vecteur directeur

- $d\left(A;\vec{u}\right)=\left\{M\in(P)/\overrightarrow{AM}=k\vec{u} \text{ et } k\in\mathbb{R}\right\}$
- $M\in d\left(A;\vec{u}\right)$ si et seulement si $\det\left(\overrightarrow{AM},\vec{u}\right)=0$

2. Représentation paramétrique d'une droite

Théorème :

La droite $(D)=d\left(A;\vec{u}\right)$ a une représentation paramétrique de la forme : $\begin{cases}x=x_0+k\alpha\\y=y_0+k\beta\end{cases}$ $(k\in\mathbb{R})$.

3. Equation cartésienne d'une droite

Théorème :

Soient a, b et c trois réels tels que $(a;b) \neq (0;0)$.

$(D) = \{M(x;y) \in (P) / ax + by + c = 0\}$ est la droite de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$

Toute droite (D) a une équation de la forme $ax + by + c = 0$ appelée **équation cartésienne**.

Cas particulier :

- Toute droite parallèle à l'axe des ordonnées, a une équation cartésienne du type $x = a$
- Toute droite parallèle à l'axe des abscisses, a une équation cartésienne du type $y = b$
- Si $b \neq 0$, alors, (D) a une équation de la forme $y = mx + p$ dite **équation réduite** de (D)
  (m son coefficient directeur et p est l'ordonnée à l'origine)

III. Positions relatives de deux droites

Théorème :

Soient A et B deux points du plan et $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.

Les droites $d(A;\vec{u})$ et $d(B;\vec{v})$ sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

Conséquences :

- Deux droites (D) et (D') d'équations respectives $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ sont parallèles si et seulement si $ab' - ba' = 0$
- Si les droites (D) et (D') sont sécantes alors le point d'intersection est solution du système

$$\begin{cases} a\,x + b\,y + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$