

Exercice 01:

Soit f la fonction définie par: $f(x) = |x+1| - |x-1|$

1. Etudier la parité de la fonction f
2. Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$; $-2 \leq f(x) \leq 2$
3. Résoudre les équations: $f(x) = 2$ et $f(x) = -2$ et déduire les extremums de la fonction f sur \mathbb{R}

Exercice 02:

Soit f la fonction définie par: $f(x) = -x^2 + 2x + 1$

Et (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. Ecrire $f(x)$ sous sa forme canonique
2. Etudier le sens de variation de f sur les intervalles $]-\infty; 1]$ et $[1; +\infty[$
3. Quelle est la nature de la courbe (Cf) , préciser ses éléments caractéristiques
4. Tracer la courbe (Cf) et la droite d'équation $y = x - 1$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
5. Résoudre graphiquement l'inéquation: $f(x) \geq x - 1$

Exercice 03:

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1-x}{2-x}$

1. a. Déterminer l'ensemble de définition de f
- b. Déterminer s'il existe l'antécédent de $\frac{1}{3}$ par f
- c. Est-ce que le nombre 1 a des antécédents?
2. a. a et b sont deux réels de $]-\infty; 2[$.

Comparer $f(a)$ et $f(b)$ sachant que $a < b$

- b. Déduire que pour tout $x \in [0; 1]$ on a $f(x) \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$

Exercice 04:

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x-5}{x-4}$

1. Déterminer Df et vérifier que pour tout x de Df , $f(x) = 2 + \frac{3}{x-4}$
2. Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur $]-\infty; 4[$
3. Soit g la fonction définie par: $g(x) = (x+4)^2 + f(x)$.
Déterminer le sens de variation de g sur $]-\infty; 4[$

Exercice 05:

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{a+|x|}{b|x|+2}$

1. Déterminer les réels a et b sachant que :
 $f(4) = -4$ et $f(1) = 5$
2. On prend les valeurs de a et b déjà trouvées
 - a. Déterminer l'ensemble de définition de f
 - b. Montrer que f est paire
 - c. Ecrire $f(x)$ sous la forme $\beta + \frac{A}{|x| - \alpha}$
 - d. Etudier le sens de variation de f sur Df

Exercice 06:

On considère les deux fonctions f et g définies par:

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 1 \text{ et } g(x) = -2 + \frac{4}{x+2}$$

1. Déterminer la nature de chacune des courbe représentatives respectivement de f et de g ; ainsi que leurs éléments caractéristiques
2. Tracer (Cf) et (Cg) dans un repère orthogonal
3. Déterminer $(Cf) \cap (Cg)$
4. Résoudre graphiquement les inéquations:
 - a. $\frac{1}{4}x^2 + x - \frac{2x}{x+2} > 0$
 - b. $-1 < \frac{2x}{x+2} \leq 0$

Exercice 07:

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2$

Etudier la fonction f et tracer (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

2. Soit g la fonction définie par $g(x) = -\frac{1}{2}(|x|-1)^2$
 - a) Montrer que g est paire
 - b) Dresser le tableau de variation de g
3. Soit h la fonction définie par $h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + |x| + \frac{1}{2}$
Tracer la courbe représentative de h en utilisant celle de g
4. Soit m un réel. Pour quelle valeur de α , l'équation: $\frac{1}{2}x^2 - |x| = \frac{1}{2} - m$, possède-t-elle quatre solutions?
5. Soit (Δ) la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$
 - a. Tracer (Δ) dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
 - b. Montrer que (Δ) coupe (Cf) en deux points A et B que l'on précisera.