

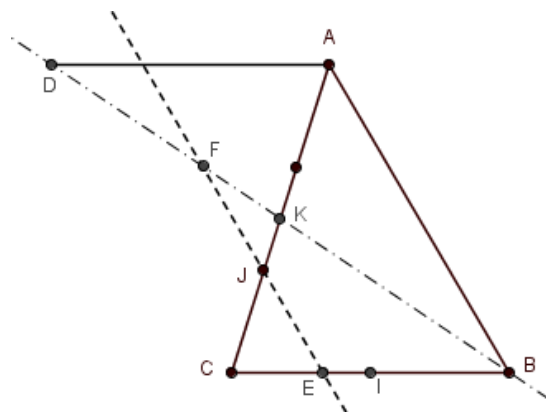
Durée du devoir :  
60 mn

Devoir surveillé  
(Correction)

TCS

Indications : Toutes les réponses doivent être justifiées.  
L'usage de la calculatrice est autorisé.

**Exercice 1 : (Correction)**



1. La figure.
2. Soit  $p'$  la projection sur  $(BC)$  parallèlement à  $(AB)$

On a  $p'(A) = B$ ,  $p'(J) = E$  et  $p'(C) = C$

et d'après les hypothèses on a  $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$  et puisque

la projection conserve le coefficient de colinéarité

$$\text{donc : } \overrightarrow{BE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

**Déduction**

On a  $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$  donc  $\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$  c-à-dire :  $\overrightarrow{IE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$  donc :  $\overrightarrow{IE} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$ .

3. Soit  $p$  la projection sur  $(BD)$  parallèlement à  $(AB)$

a) On a  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$  donc  $ABCD$  est un parallélogramme d'où  $(AB) \parallel (DC)$

donc  $p(C) = D$

On a  $ABCD$  est un parallélogramme d'où  $K$  est milieu de  $[BD]$

on a  $p(B) = B$ ,  $p(C) = D$  et la projection conserve le milieu et  $I$  milieu de  $[BC]$  donc  $p(I) = K$

b) On a  $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ ,  $p(B) = B$ ,  $p(I) = K$ ,  $p(C) = D$ ,  $p(E) = F$  (car  $(EF) \parallel (AB)$ ) et la

projection conserve le coefficient de colinéarité donc :  $\overrightarrow{KF} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BD}$ .

**Exercice 2 : (Correction)**

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $2x^2 - 9x + 7 = 0$

On a  $\Delta = b^2 - 4ac = 81 - 4 \times 2 \times 7 = 25$  donc l'équation a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9-5}{2 \times 2} = \frac{4}{4} = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9+5}{2 \times 2} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} \quad \text{donc} \quad S = \left\{ 1; \frac{7}{2} \right\}$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les deux inéquations :  $2x^2 - 9x + 7 > 0$  et  $2x^3 - 9x^2 + 7x \leq 0$

le tableau de signe :

donc l'ensemble de solution

de l'inéquation  $2x^2 - 9x + 7 > 0$

est  $S = ]-\infty; 1[ \cup ]\frac{7}{2}; +\infty[$

$x$	$-\infty$	1	$\frac{7}{2}$	$+\infty$	
$2x^2 - 9x + 7$	+	0	-	0	+

On a  $2x^3 - 9x^2 + 7x \leq 0$  équivaut à  $x(2x^2 - 9x + 7) \leq 0$

le tableau de signe est :  
donc l'ensemble de solution  
de l'inéquation :

$$x(2x^2 - 9x + 7) \leq 0$$

est :

$$S = ]-\infty; 0] \cup \left[1; \frac{7}{2}\right]$$

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$\frac{7}{2}$	$+\infty$		
$2x^2 - 9x + 7$	+	+	0	-	0	+	
$x$	-	0	+	+	+	+	
$x(2x^2 - 9x + 7)$	-	0	+	0	-	0	+

3. Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  le système :
- $$\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -x + 2y = 4 \end{cases}$$

Le déterminant du système est :  $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 - (-1)(-3) = 1$

donc le système a une seule solution :

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = (-5) \times 2 - 4 \times (-3) = 2 \quad \text{et} \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 4 - (-5) \times (-1) = 3$$

donc  $x = \frac{2}{1} = 2$  et  $y = \frac{3}{1} = 3$  donc  $S = \{(2; 3)\}$

Déduire les solutions du système :

$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} - 3|y+1| = -5 \\ \frac{-1}{x-2} + 2|y+1| = 4 \end{cases}$$

On pose  $X = \frac{1}{x-1}$  et  $Y = |y+1|$  donc le système devient :

$$\begin{cases} 2X - 3Y = -5 \\ -X + 2Y = 4 \end{cases}$$

d'après la question précédente on a :  $X = 1$  et  $Y = 2$

donc  $\frac{1}{x-1} = 1$  et  $|y-1| = 2$  d'où  $x = 2$  et ( $y-1 = 2$  ou  $y-1 = -2$ )

c-à-dire  $x = 2$  et ( $y = 3$  ou  $y = -1$ )

$$S = \{(2; 3); (2; -1)\}$$