

Bilan 2 : Calculer avec des puissances

<i>Propriétés</i>	<i>Exemples</i>										
<p><u>Puissance avec un exposant entier positif :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • La notation a^n signifie $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $3^4 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4 \text{ fois}} = 81$ et $2^6 = \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{6 \text{ fois}} = 64$ • $10^8 = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{8 \text{ fois}} = \underbrace{100\ 000\ 000}_{8 \text{ zéros}}$ 										
<p><u>Puissance avec un exposant entier négatif :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • La notation a^{-n} signifie $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $3^{-4} = \frac{1}{\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4 \text{ fois}}} = \frac{1}{81} \approx 0,0123$ et <li style="margin-left: 20px;">$2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{\underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{6 \text{ fois}}} = \frac{1}{64} = 0,015625$ • $10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{5 \text{ fois}}} = \frac{1}{\underbrace{100\ 000}_{5 \text{ zéros}}} = \underbrace{0,00001}_{5 \text{ zéros}}$ 										
<p><u>Calculer avec des puissances de dix :</u> Si n et m sont des entiers, on a :</p> <ul style="list-style-type: none"> • multiplication : $10^n \times 10^m = 10^{n+m}$ • division : $\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$ • inverse : $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$ • puissance : $(10^n)^m = 10^{n \times m}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $10^3 \times 10^6 = 10^{3+6} = 10^9$ et $10^2 \times 10^{-7} = 10^{2+(-7)} = 10^{-5}$ • $\frac{10^8}{10^3} = 10^{8-3} = 10^5$ et $\frac{10^6}{10^{11}} = 10^{6-11} = 10^{-5}$ et <li style="margin-left: 20px;">$\frac{10^3}{10^{-8}} = 10^{3-(-8)} = 10^{3+8} = 10^{11}$ • $\frac{1}{10^7} = 10^{-7}$ et $\frac{1}{10^{-15}} = 10^{15}$ • $(10^2)^6 = 10^{2 \times 6} = 10^{12}$ et $(10^{-4})^7 = 10^{-4 \times 7} = 10^{-28}$ 										
<p><u>Écriture scientifique :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • l'écriture scientifique d'un nombre est $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal avec un seul chiffre avant la virgule, autre que 0 ($1 \leq a$ et $a < 10$). <p><i>La calculatrice permet souvent d'afficher l'écriture scientifique d'un nombre</i></p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">Nombre</th> <th style="padding: 5px;">Écriture scientifique</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">14,56</td> <td style="padding: 5px;">$1,456 \times 10^1$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$233,6 \times 10^4$</td> <td style="padding: 5px;">$2,336 \times 10^{4+2} = 2,336 \times 10^6$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">0,005</td> <td style="padding: 5px;">5×10^{-3}</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$0,00048 \times 10^7$</td> <td style="padding: 5px;">$4,8 \times 10^{7-4} = 4,8 \times 10^3$</td> </tr> </tbody> </table>	Nombre	Écriture scientifique	14,56	$1,456 \times 10^1$	$233,6 \times 10^4$	$2,336 \times 10^{4+2} = 2,336 \times 10^6$	0,005	5×10^{-3}	$0,00048 \times 10^7$	$4,8 \times 10^{7-4} = 4,8 \times 10^3$
Nombre	Écriture scientifique										
14,56	$1,456 \times 10^1$										
$233,6 \times 10^4$	$2,336 \times 10^{4+2} = 2,336 \times 10^6$										
0,005	5×10^{-3}										
$0,00048 \times 10^7$	$4,8 \times 10^{7-4} = 4,8 \times 10^3$										

<i>Remarques</i>	<i>Exemples</i>
<p><u>Méthode de calcul</u></p> <p>Dans un calcul complexe :</p> <ul style="list-style-type: none"> • On rassemble les nombres d'une part et les puissances de 10 d'autre part. • On effectue les calculs. • On donne le résultat en « écriture scientifique ». 	<ul style="list-style-type: none"> • $\frac{3 \times 10^{-5} \times 7 \times 10^3}{4 \times 10^{-7} \times 0,5 \times 10^2} = \frac{3 \times 7 \times 10^{-5} \times 10^3}{4 \times 0,5 \times 10^{-7} \times 10^2}$ • $\frac{3 \times 7 \times 10^{-5} \times 10^3}{4 \times 0,5 \times 10^{-7} \times 10^2} = \frac{21 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-5}} = 10,5 \times 10^{-2-(-5)}$ • $10,5 \times 10^3 = 1,05 \times 10^4$

Attention : Des erreurs courantes : $7^2 \neq 2 \times 7 = 14$
 $7^2 = 7 \times 7 = 49$

et $(3x)^2 \neq 3x^2$
 et $(3x)^2 = 3^2 x^2 = 9x^2$

Remarque : Les formules avec les puissances de 10 se généralisent (a et b sont des nombres non nuls)

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad \frac{1}{a^n} = a^{-n} \quad (a^n)^m = a^{n \times m} \quad (ab)^n = a^n b^n \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$5^4 \times 5^3 = 5^{4+3} \quad \frac{6^3}{6^4} = 6^{3-4} \quad \frac{1}{7^2} = 7^{-2} \quad (3^2)^{-5} = 3^{2 \times (-5)} \quad (8x)^3 = 8^3 x^3 \quad \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{8^2}{3^2}$$