TD-PRODUIT SCALAIRE DANS $\mathcal{V}_2$
Etude analytique -Applications : cercle

Exercice1 : dans Le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère orthonormé Considérons les points

$A(1;-3)$ et $B(3;7)$ et $C(-3;1)$

1)Montrer que le triangle ABC est rectangle en C
2)Calculer la surface du triangle ABC

Exercice2: dans Le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère orthonormé Considérons les points

$A(5;0)$ et $B(2;1)$ et $C(6;3)$

1) Calculer $\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$ et $\sin\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

2)en déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

Exercice3 : déterminer une équation cartésienne de la droite (D) qui passe par $A(0;1)$ et qui admet $\vec{n}(2;1)$ comme vecteur normal

Exercice4 :donner un vecteur normal a la droite (D) dans les cas suivants : 1)$(D): x-2y+5=0$

2)$(D): 2y-3=0$ 3)$(D): x-1=0$

Exercice5 : dans Le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère orthonormé Considérons les points

$A(-3;0)$ et $B(3;0)$ et $C(1;5)$

1)déterminer une équation cartésienne de la droite (D) perpendiculaire à la droite (AB) passant par C

2)déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) parallèle à la droite (AB) passant par C

Exercice6 : dans Le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère orthonormé Considérons les points $A(1;2)$ et $B(-2;3)$ et $C(0;4)$

1)déterminer une équation cartésienne de la droite (D) médiatrice du segment $[AB]$

2)déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) la hauteur du triangle ABC passant par A

Exercice7 :(D) $2x+3y-1=0$ et

$(D'): \frac{3}{2}x-y+4=0$

Etudier la position relative de (D) et (D')

Exercice8 : Soient la droite (D) d'équation :
$(D): 3x+4y+5=0$

1)Déterminer les coordonnées du point H la projection orthogonale de O sur (D)
2)calculer La distance du point O à la droite (D)
3)Déterminer les coordonnées du point O' le symétrique de O par rapport à la droite (D)

Exercice9: dans Le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère orthonormé et direct Considérons les points

$A(1;-1)$ et $B(4;-1)$ et $C(-2;2)$

1) Calculer : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ et $\det\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

2)en déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

3)Calculer la surface du triangle ABC
4)déterminer une équation cartésienne de la hauteur du triangle ABC passant par A
5)déterminer une équation cartésienne de la bissectrice de l'angle $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

Exercice10 : déterminer l'équation cartésienne du cercle de centre $\Omega(-1;2)$ et de rayon $r=3$

Exercice11 :Déterminer L'ensemble(E) dans les cas suivants :

1) (E): $x^2+y^2-x+3y-4=0$

2)(E): $x^2+y^2-6x+2y+10=0$

3) (E): $x^2+y^2-4x+5=0$

Exercice12 :Déterminer une équation du cercle de diamètre [AB] avec $A(1;2)$ et $B(-3;1)$

Exercice13 : le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère orthonormé. Soient les points

$A(2;3)$ $B(0;1)$; $C(-4;5)$; $E(5;2)$ et $F(2;4)$

1)Ecrire l'équation du cercle circonscrit au Triangle ABC.

2)Ecrire l'équation du cercle circonscrit au triangle OEF

Exercice14: résoudre graphiquement le système :

$$(S)\begin{cases} x^2+y^2-2x-4y+\dfrac{11}{4}\prec 0 \\ x^2+y^2+2x-4\succ 0 \end{cases}$$

Exercice15 : résoudre graphiquement le système :

$$(S)\begin{cases} (1): x^2+y^2-4x\prec 0 \\ (2): x-y-1\succ 0 \end{cases}$$

Exercice16 : Etudier la position du cercle de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon $R=2$ avec la droite d'équation $(D): x+y+2=0$

Exercice17 : Etudier la position du cercle ($\mathcal{C}$) de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon $R=2$ avec la droite d'équation $(D): x-y+2=0$

Exercice18 ::Etudier la position du cercle ($\mathcal{C}$) de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon $R=1$ avec la droite d'équation $(D): y=3$

Exercice19 : Soit ($\mathcal{C}$) le cercle d'équation :

$x^2+y^2-4x-2y+1=0$ (1)

1)Vérifier que $A(0;1)\in(C)$

2) Ecrire l'équation de la tangente au cercle ($\mathcal{C}$) en A.

Exercice20 :Déterminer l'*équation paramétrique du cercle* (C) de centre $\Omega(1;-2)$ et de rayon $r=\sqrt{2}$ avec $(\theta\in\mathbb{R})$

Exercice21 : Déterminer l'ensemble (C) des points $M(x;y)$ du plan tel que :

$\begin{cases} x=3+\sqrt{3}\cos\theta \\ y=1+\sqrt{3}\sin\theta \end{cases}$ avec $(\theta\in\mathbb{R})$

Exercice22 :le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère orthonormé. (C) l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tel que : $\begin{cases} x=2+2\cos\theta \\ y=2\sin\theta \end{cases}$ avec $(\theta\in\mathbb{R})$

1) montrer que (C) est *le cercle* (C) dont on déterminera de centre Ω et de rayon R et une équation cartésienne

2)soit le point $A(-1;0)$; montrer que A est à l'extérieur du cercle (C) et déterminer les équations des deux tangentes au cercle ($\mathcal{C}$) passant par A

3) déterminer les équations des deux tangentes au cercle ($\mathcal{C}$) et qui sont parallèles à la droite :

(D) : $3x-4y=0$

4)a)soit la droite (Δ) d'équation : $y=x$

Montrer que (Δ) coupe le cercle (C) en deux points à déterminer

4)b) déterminer graphiquement l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tel que : $\frac{x^2+y^2}{4}\leq x\leq y$

Exercice23:le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère orthonormé. Soient les points

$A(3;4)$ $B(4;1)$; $C(2;-3)$

1)montrer que les points A ; B et C sont non alignés

2)Ecrire l'équation du cercle (C) passant par A ; B et C

Exercice 24:le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère orthonormé. (C_m) l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tel que :

$(C_m): x^2+y^2-2mx+2y+2m=0$ avec m Paramètre réel

1)déterminer l'ensemble (C_1)

2) a)montrer que $\forall m\in\mathbb{R}-\{1\}$ (C_m) est *un cercle* dont déterminera le centre Ω_m et de rayon R_m

2) b) déterminer l'ensemble des centres Ω_m lorsque $m\in\mathbb{R}-\{1\}$

2) b) montrer que tous les *cercles* (C_m) passent par un point fixe I dont déterminera et tracer (C_0);(C_2);(C_3)

3) a) montrer que la droite (Δ) : $x=1$ est tangente A toutes les *cercles* (C_m)

3) b)soit $m\succ\dfrac{-3}{2}$ et $m\neq 1$ et le point $A(0;1)$

Vérifier que A est à l'extérieur des *cercles* (C_m) et que
la droite (AI) n'est pas tangente aux *cercles* (C_m)