

Devoir surveillé 2 de Mathématiques

12.5 pt **Exercice 1** En rapportant le plan au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , et considérons les points : $A(2, 1)$; $B(4, 3)$ et $C(3 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$.

2pt 1. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$, $\cos(\vec{AB}, \vec{AC})$, $\sin(\vec{AB}, \vec{AC})$, puis déduire la nature du triangle ABC .

2. Soit (C) le cercle défini par l'équation cartésienne suivante :

$$(C) : x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$$

Considérons (Δ) la droite défini par : $(\Delta) : mx + y - 7m = 0$ où m est un paramètre réel.

1pt (a) Déterminer les coordonnées du centre Ω et le rayon R du cercle (C) .

1pt (b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .

1pt (c) Déterminer la valeur de m pour que (Δ) soit perpendiculaire à (AB) .

2.5pt (d) Calculer $d(\Omega, (\Delta))$, puis déduire les valeurs de m pour que la droite (Δ) soit tangente à (C) en déterminant leur point commun.

1pt 3. Déterminer l'équation cartésienne du cercle (C') de diamètre $[AB]$.

1pt 4. Vérifier que C est à l'extérieur de (C')

3pt 5. Donner les équations cartésiennes des tangentes à (C') passant par le point C .

7.5 pt **Exercice 2** Soient ABC un triangle et I le milieu du segment $[BC]$ et G le barycentre des points pondérés $(A, -2)$; $(B, 1)$ et $(C, -1)$.

2pt 1. (a) Montrer que $\vec{AG} = \frac{1}{2}\vec{BC}$ puis construire la figure.

1pt (b) En déduire que $AGCI$ est un parallélogramme.

2. Soit K le point d'intersection des droites (CG) et (AB) .

1.5pt (a) Écrire G comme barycentre de C et K avec des coefficients à déterminer.

1.5pt (b) En déduire que G est le milieu du segment $[CK]$ et que $\vec{KA} = \frac{1}{2}\vec{KB}$.

1.5pt 3. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\| -2\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC} \| = \| \vec{MA} - \vec{MB} \|$$

Aucun document n'est autorisé.

Les questions peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Toutes les réponses devront être justifiées. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction.