1ere Sciences BIOF

EXERCICES AVEC SOLUTIONS FONCTIONS - *Généralités*

Exercice 1 : Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par

1) $f(x)=3x^2-x+1$. 2) $f(x)=\frac{x^3}{2x-4}$.

3) $f(x)=\frac{2x^4}{x^2-4}$. 4) $f(x)=\frac{7x-1}{x^3-2x}$.

5) $f(x)=\sqrt{-3x+6}$. 6) $f(x)=\frac{x-5}{2x^2-5x-3}$.

7) $f(x)=\sqrt{x^2-3x+2}$. 8) $f(x)=\sqrt{\frac{-3x+9}{x+1}}$.

9) $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{-2x^2+x+3}}$. 10) $f(x)=\frac{|x-5|}{x^2+1}$.

11) $f(x)=\frac{\sqrt{|x|}}{x}$. 12) $f(x)=\frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$.

13) $f(x)=3x^2-\frac{1}{x}+\sqrt{-x}$.

14) $f(x)=\frac{x}{|2x-4|-|x-1|}$. 15) $f(x)=\frac{2\sin x}{2\cos x-1}$.

16) $f(x)=\sqrt{\frac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6}}$.

17) $f(x)=\sqrt{x^2+\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x-2\sqrt{6}}$

18) $f(x)=\frac{|x-4|-|x-1|}{x^2+2|x|-3}$

19) $f(x)=\sqrt{2x-1}+\sqrt{3-5x}$.

Exercice 2 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par : 1) $f(x)=3x^2-5$. 2) $f(x)=\frac{3}{x}$

3) $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$. 2) $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$.

3) $f(x)=\frac{|x|}{x^2-1}$. 4) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$

5) $f(x)=\frac{2x^3}{x^2+5}$. 6) $f(x)=|x|-\sqrt{2x^2+4}$.

7) $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{2}$. 8) $f(x)=\frac{x}{x-2}$

Exercice 3 : Soit la fonction définie par :

$5f(x)+f(-x)=2x^3-3x$ Pour tout réel x

1)montrer que f est une fonction impaire

2)donner une expression de $f(x)$ Pour tout réel x

Exercice 4 : Soit la fonction définie par :

$f(x)=\frac{|x|+1}{2|x|-3}$ et (C_f) la courbe de f Dans le repère $\left(0;\vec{i};\vec{j}\right)$ orthonormé

Montrer que (C_f)symétrique par rapport à l'axe des ordonnée

Exercice 5 : étudier les variations des fonctions définies par : 1) $f(x)=7x-5$ 2) $g(x)=\frac{2}{x}$

Exercice 6 : étudier les variations de la fonction définie par: $f(x)=3x^2+2$

Exercice 7 : étudier les variations de la fonction définie par : $g(x)=\frac{x}{x+1}$

Exercice 8 : Soit f une fonction :tq : $f(x)=x+\frac{1}{x}$

1)Déterminer D_f et étudier la parité de f

2)Calculer Le taux d'accroissement $T(x_1;x_2)$ de f entre x_1 et x_2 deux éléments de D_f tq $x_1\neq x_2$

3)Étudier les variations de f sur $I=]0;1]$ puis sur $J=[1;+\infty[$

4)En déduire les variations de f sur D_f

5)Dresser le tableau de variations de f sur D_f

Exercice 9 : étudier les variations des fonctions définies par: 1) $k(x)=\frac{6}{x}$ 2) $f(x)=x^2$ et $g(x)=-\frac{1}{2}x^2$ et $h(x)=-\frac{1}{2}x^2+5$

Exercice 10 : Les fonction f et g définies respectivement par :

$f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x+3}}$ et $g(x)=\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+3}}$

Sont-elles égales ?

Exercice 11 : Soit f et g les fonctions numériques tel que: $f(x)=x+1$ et $g(x)=x^2+x+2$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 12 : Soit f et g les fonctions numériques tel que: $f(x)=x$ et $g(x)=\frac{1}{x}$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 13 : Soient les deux fonctions : $f(x)=\frac{3x^2+1}{\sqrt{x^2}}$ et $g(x)=\frac{1+3x^2}{|x|}$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 14 : Soient les deux fonctions : $h(x)=\frac{x^2-x}{x}$ et $t(x)=x-1$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 15 : Soit f la fonction numérique tel que: $f(x)=\frac{(3x+1)(2-x)}{4x^2-1}$

Etudier le signe de le fonction f

Exercice 16 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-x^2+x$

Démontrer que f est majorée sur $\mathbb{R}$.

Exercice 17 : Montrer que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=4\sin x-3$ est Bornée.

Exercice 18 : Soit f une fonction numérique tq : $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$

1)Déterminer D_f

2) Démontrer que f est majorée sur $\mathbb{R}$.

3) Démontrer que f est minorée sur $\mathbb{R}$. Conclure

Exercice 19 : Soit f une fonction numérique tq : $f(x)=\frac{2x^2+7x+7}{x^2+3x+3}$

1)Déterminer D_f

2) Démontrer que f est minorée par 1.

3) Démontrer que f est majorée par $\frac{7}{3}$.Conclure

Exercice 20 : Soit f une fonction numérique tq : $f(x)=\frac{x-1}{x^2+x+m}$ avec $m\in\mathbb{R}$

1)déterminer les valeurs de m pour que $D_f=\mathbb{R}$

2) Soit g la fonction numérique tq : $g(x)=\frac{1}{x+2}$

déterminer les valeurs de m pour que $\forall x\in\{-2;1\}$ on a : $f(x)=g(x)$

Exercice 21 : Soit f une fonction numérique tq : $f(x)=5x^2+3$

Montrer que f admet un minimum absolue sur $\mathbb{R}$ que l'on déterminera

Exercice 22 : Soit g une fonction numérique tq : $g(x)=-4x^2+1$

Montrer que g admet un maximum absolue sur $\mathbb{R}$ que l'on déterminera

Exercice 23 : Soit f une fonction numérique tq : $f(x)=-4x^2+4x+5$

1°a) montrer que $f(x)=6-(2x-1)^2$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

b) montrer que $f(x)\leq 6$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

2° calculer : $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et en déduire les extrémums de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 24 : Du tableau de variation

x	-5		-2		2		5
$f(x)$	5	↘	0,5	↗	2	↘	-2

Déduire les extrémums de f

Exercice 25 : Soit f une fonction numérique tq : $f(x)=-x^2+4x-3$

Montrer que 1 est le maximum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 26 : Soit f une fonction numérique tq : $f(x)=\frac{2x^2+3}{x^2+1}$

1)Déterminer D_f

2) a) Démontrer que f est majorée par 3.

b) est ce que 3 est une valeur maximale de f ?

3) a) Démontrer que f est minorée par 2.

b) est ce que 2 est une valeur minimale de f. ?

Exercice 27 : Soit f une fonction numérique définie sur $]1;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}{x-1}$

1)étudier le signe de f

2) a)Démontrer que f est majorée par $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

b) est ce que $\frac{\sqrt{2}}{4}$ est une valeur maximale de f ?

Exercice 28 : Soit f une fonction numérique définie sur $]1;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$

1))Déterminer D_f

2) Démontrer que -1 est la valeur minimal de f
3) Démontrer que f est majorée par 1 et est-ce que 1 est une valeur maximale de f ?

Exercice 28 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x^2-2x+3$

1)a) Démontrer que f est minorée.
b) est ce que f admet une valeur minimale ?
2) Démontrer que f est non majorée.

Exercice 29 : Soit f une fonction numérique tq : $f(x)=2x^2-4x-2$

étudier les variations de f et dresser le tableau de variation et tracer la dans le repére $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ la courbe $\left(C_f\right)$ de f

Exercice 30 : Soit g une fonction numérique tq : $g(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+1$

étudier les variations de g et dresser le tableau de variation et tracer la dans le repére $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ la courbe $\left(C_g\right)$ de g

Exercice 31 Soit f une fonction numérique tq :
$f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$

étudier les variations de f et dresser le tableau de variation et tracer la dans le repére $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ la courbe $\left(C_f\right)$ de f

Exercice 32 : Soit f une fonction numérique tq :
$g(x)=\frac{-x}{x-2}$ étudier les variations de g et dresser le tableau de variation et tracer la dans le repére $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ la courbe $\left(C_g\right)$ de g

Exercice 33 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=\frac{1}{4}x^3$

1) Déterminer D_f

2)étudier les variations de f et dresser le tableau de variation
3)tracer la dans le repére $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ la courbe $\left(C_f\right)$ de f

Exercice 34 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=\sqrt{x+2}$

1) Déterminer D_f

2)étudier les variations de f et dresser le tableau de variation
3)tracer la dans le repére $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ la courbe $\left(C_f\right)$ de f

Exercice 35 : Soit les fonctions f et g tel que : $f(x)=x^2-2x+3$ et $g(x)=2x+1$

Déterminer : $g\circ f$ et $f\circ g$

Exercice 36 : Soit les fonctions f et g définies par : $f(x)=3x+4$ et $g(x)=\frac{1}{x+1}$

1) Déterminer $D_{g\circ f}$

2) déterminer : $(g\circ f)(x)$

Exercice 37 : Soit les fonctions f et g définies par : $g(x)=\frac{x}{x+2}$ et $f(x)=\frac{x+3}{x+1}$

On pose : $h(x)=(g\circ f)(x)$

1) Déterminer D_h 2) déterminer : $h(x)$

3) Soit la fonctions k définie par : $k(x)=\frac{x+3}{3x+5}$

Les fonctions h et k sont-elles égales ?

Exercice 38 : exprimer les fonctions suivantes à l'aide de fonctions élémentaires :

1) $h_1(x)=\frac{1}{3x-1}$ 2) $h_2(x)=\sqrt{x+3}$

3) $h_3(x)=3\sqrt{x}+4$

Exercice 39 : Soit f la fonction f définie sur un intervalle $[0;+\infty[$ tel que : $f(x)=-5x^2+7$

Décomposer la fonction f en fonctions élémentaire et étudier les variations de f

Exercice 40 : Soit la fonction h définie sur $]-\infty;1]$ par $h(x)=\sqrt{1-x}$

1) Décomposer h en deux fonctions élémentaires.
2) Déterminer les variations de h.

Exercice 41 :1) Quelle est la période des fonctions suivantes :
a) $f:x\to\sin(4x-1)$ b) $g:x\to\cos(5x)$

2) Trouver une fonction de période $T=\frac{3}{4}$

Exercice 42 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=2$ tel que : $f(x)=2x-x^2 \quad \forall x\in[0;2[$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-2;8]$ dans un repére $\left(0;\vec{i};\vec{j}\right)$

2) calculer : $f(4.1)$; $f(-3.5)$; $f(265.11)$

3) donner l'expression de : $f(x)=2x-x^2$ sur les intervalles : $I_k=[2k;2(k+1)[$ $k\in\mathbb{Z}$

Exercice 43 : Soit la courbe (C_f) représentative de f telle que $f(x)=x^3-4x^2+3$ et la droite (D) d'équation $y=-x-3$

1- Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=3$ puis l'inéquation $f(x)\prec 3$.

2- Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=0$ puis l'inéquation $f(x)\geq 0$

3- Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=-x-3$ puis l'inéquation $f(x)\leq -x-3$

Exercice 44 : Soient f et g les deux fonctions définies sur R par : $f(x)=x^2-3x-4$ et $g(x)=3x+12$

1) Tracer Les courbes (C_f) et (C_g)

2) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation $f(x)=g(x)$

3) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation $f(x)\geq g(x)$

4) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repére

Exercice 45 : Soient f et g les deux fonctions définies sur R par : $f(x)=-x^2-2x+3$ et $g(x)=\dfrac{x-1}{x+2}$ et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1) dresser le Tableau de variations de f et de g

2) a)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l' axes des abscisses

b)Trouver le point d'intersection de la courbe (C_g) avec l' axes des abscisses

3) Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère

4) a)Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=g(x)$

b)Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\geq g(x)$

Exercice 46 : Soit f une fonction numérique tq : $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}$

1)Déterminer D_f

2) Démontrer que f est minorée.

3) Démontrer que f est majorée par $\frac{1}{2}$ Conclure

Exercice 47 : Soit f une fonction numérique tq : $f(x)=x^2+2x\sqrt{x}+x-4$

1) Démontrer que f admet une valeur minimale

3) Démontrer que f n'est pas majorée

Exercice 48 : Soient f et g et h les trois fonctions définies par:

$f(x)=\dfrac{6x^2+8x+11}{(x-1)^2}$ et $g(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$ et

$h(x)=x^2+2$

1)a)Etudier les variations de g et de h

b)étudier le signe de la fonction g

2)montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}-\{1\}: f(x)=(h\circ g)(x)$

3)Etudier les variations de f dans les intervalles :

$]1;+\infty[$; $\left[-\frac{3}{2};1\right[$; $\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien

Prof : Atmani najib