Tournoi des six nations

Q1

a) Pour faire l'étude mécanique du système, il faut toujours définir dans l'ordre :
1) Le système : le ballon.
2) Le référentiel : la terre supposée référentiel galiléen, dans lequel on pourra appliquer la seconde loi de Newton

$R(O,\vec{i},\vec{j})$

3) Le repère lié au référentiel : .

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P}$

4) Somme de forces extérieures au système :

(poids du solide) , les autres forces sont négligées.

Seconde loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique :

Dans un référentiel galiléen, **la** somme vectorielle **des** forces extérieures **appliquée à un système matériel est** égale **à la** dérivée par rapport au temps **de sa** quantité de mouvement: $\Sigma \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m.\vec{v})}{dt}$

Dans ce cas particulier ou le système conserve une masse constante, la seconde loi devient:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = -mg.\vec{j} = ma_x.\vec{i} + ma_y.\vec{j}$$

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m.\vec{v})}{dt} = m.\frac{d(.\vec{v})}{dt} = m.\vec{a}$$

Par conséquent les coordonnées du vecteur accélération du centre d'inertie du ballon sont :
$a_x = O$ et $a_y = -g$.

b) Sur l'axe des x, l'accélération $a_x = 0$ donc le mouvement est rectiligne uniforme
Sur l'axe des y, l'accélération $a_y = -g$, le mouvement est uniformément accéléré.

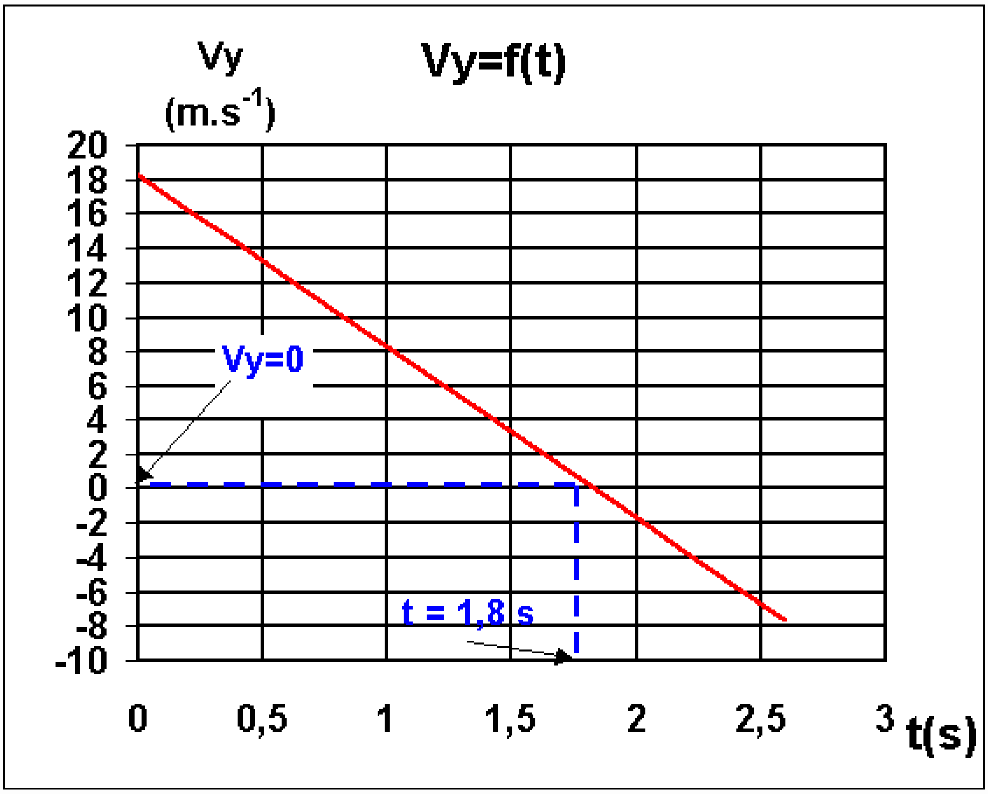
c) Réponse partielle, voir la vidéo pour plus d'information.
$Vx(t) = Vo.\cos(a)$; $x = Vo.\cos(a).t$; $Vy(t) = Vo.\sin(a)-g.t$; $y = -0{,}5.g.t^2+Vo.\sin(a).t$;

Q2

a) La question à 2 euros !

m = 0,42 kg ; Ec = 120 J ;

$$Ec = \frac{m.Vo^2}{2} \Rightarrow Vo = \sqrt{\frac{2.Ec}{m}} = \sqrt{\frac{2x120}{0,42}} = 23,9\ m.s^{-1}$$



b) Réponse partielle, voir la vidéo pour plus d'information.
a = 49 °

c) Quand le ballon atteint son point le plus élevé, la vitesse sur l'axe des y (Vy) est nulle. La vitesse sur l'axe des y étant nulle, le ballon ne peut aller plus haut !

1) Méthode graphique :

D'après le graphe pour Vy = 0, t = 1,8 s environ.
2) Méthode analytique :
Vy = Vo.sin(a)-g.t = 0
Par conséquent :

$$t = \frac{Vo.\sin(\alpha)}{g} = \frac{23,9 \times \sin(48)}{10} = 1,8\ s$$

Remarque : dès que t > 1,8 s, la coordonnée Vy devient négative, car le ballon commence à descendre vers les poteaux.
La pénalité sera t-elle marquée ? Patience, nous le découvrirons plus tard.

Q3

a) L'équation de la trajectoire est donnée par la relation y = f(x)

$$t = \frac{x}{Vo.\cos(\alpha)}$$

x = Vo.cos(a).t

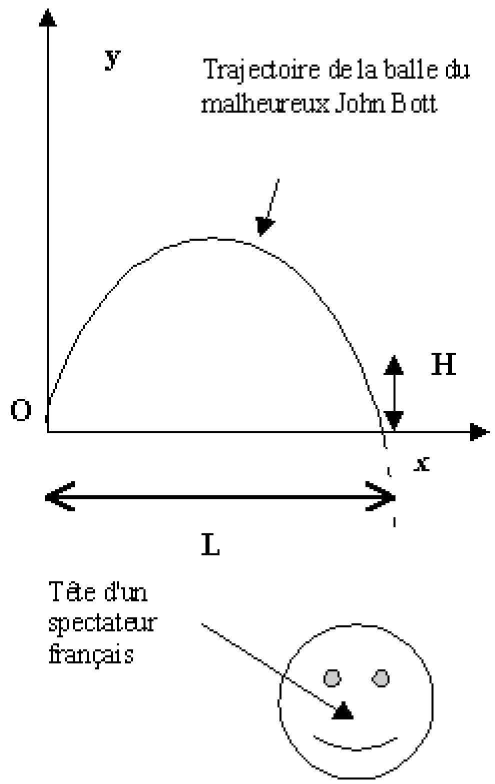
On reporte dans l'équation horaire $y = -0,5.g.t^2+Vo.\sin(a).t$, la valeur de t :

$$y = \frac{-g}{2}.\left(\frac{x}{Vo.\cos(\alpha)}\right)^2 + Vo.\sin(\alpha).\left(\frac{x}{Vo.\cos(\alpha)}\right) \Rightarrow$$

$$y = \frac{-g.x^2}{2.Vo^2.\cos^2(\alpha)} + x.\tan(\alpha)$$

b) Réponse partielle, voir la vidéo pour plus d'information.
La portée est :
D = 56,5 m

c) La plus haute altitude y est atteinte à t = 1,8 s.
En reportant dans l'équation $y = -0,5.g.t^2 + Vo.\sin(a).t$ on obtient la flèche !
$F = -0,5 \times 10 \times (1,8)^2 + 23,9.\sin(49) \times 1,8 = 16,3$ m.
F = 16,3 m
Impressionnant, ce John Bott !



Q4

a) La portée D = 56,6 m est inférieure à la distance entre le ballon et les poteaux (L = 60 m)! Le ballon retombe avant de franchir la barre transversale !
Conclusion: l'essai n'est pas bon, John Bott est viré, on gagne le grand chelem.

b) Quand le ballon touche le sol x = D = 56,6 m.
En reportant dans l'équation horaire x(t) = Vo.

$$D = Vo.\cos(\alpha).t \Rightarrow t = \frac{D}{Vo.\cos(\alpha)} = \frac{56,6}{23,9.\cos(49)} = 3,61\ s$$

cos (a).t , on trouve la valeur de t :

Le ballon touche le sol après un vol d'une durée de 3,61 s, dans l'azur du parc des Princes

c) Sa vitesse est donnée par la formule :

$$V = \sqrt{Vx^2 + Vy^2}$$

$Vx = Vo.\cos(a) = 23,9.\cos(49) = 15,7\ m.s^{-1}$
$Vy = Vo.\sin(a) - g.t$ (avec t = 3,61 s)
$Vy = 23,9.\sin(49) - 10 \times 3,61 = -18,1\ m.s^{-1}$
Par conséquent :

$$V = \sqrt{(15,7)^2 + (-18,1)^2} = 23,9\ m.s^{-1}$$

On retrouve la vitesse initiale Vo ! C'est une propriété de ce type de parabole.

Q5

a) Réponse partielle voir la vidéo pour plus d'information.

$$a'_y = g.\left(-1+\frac{V.\mu(air)}{m}\right)$$

b) Non ! Voir la vidéo pour plus d'information.

$$D = \frac{Vo.\sin(2.\alpha)}{g}$$

c) L'expression de la portée, si on néglige la poussée d'Archimède est :

(voir question Q3-b)

Par conséquent l'expression de la portée en tenant compte de la poussée d'Archimède est :

$$D' = \frac{Vo.\sin(2.\alpha)}{g\left(1-\frac{V.\mu(air)}{m}\right)}$$

Le dénominateur étant inférieur à celui établi dans l'expression de D, D' sera supérieur à D ! Logique, la poussée d'Archimède est une force orientée dans un sens opposé au poids. Elle va permettre au ballon de retomber un peu plus loin qu'en l'absence de poussée d'Archimède.