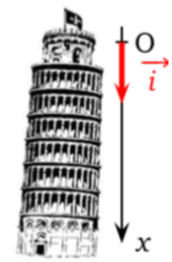
Feuille d'exercices n° 3 *Mécanique* M.Suet

▶ Exercice 1

Galilée à Pise

Selon la légende, GALILÉE (1564-1642) aurait étudié la chute des corps en lâchant divers objets du sommet de la tour de PISE (Italie), sa ville de naissance. Il y fait référence dans deux ouvrages : *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde* et *Discours concernant deux sciences nouvelles* dans lesquels il remet notamment en question les idées d'ARISTOTE. Dans cette partie, on présente trois courts extraits de ces deux livres. Il s'agit de retrouver certains résultats avancés par GALILÉE concernant la chute verticale dans l'air d'un boulet sphérique en fer, lâché sans vitesse initiale. Pour cette étude, on choisit le référentiel terrestre, supposé galiléen, auquel on adjoint un repère d'espace (Ox) vertical orienté vers le bas



Donnée : Intensité du champ de pesanteur, supposé uniforme : $g = 9,8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Etude des hauteurs de chute

Extrait n°1 : « Avant tout, il faut considérer que le mouvement des corps lourds n'est pas uniforme : partant du repos, ils accélèrent continuellement (...). Si on définit des temps égaux quelconques, aussi nombreux qu'on veut, et si on suppose que, dans le premier temps, le mobile, partant du repos, a parcouru tel espace, par exemple une aune(*), pendant le second temps, il en parcourra trois, puis cinq pendant le troisième (...) et ainsi de suite, selon la suite des nombres impairs. » (*) Une aune = 1, 14 m.

Le boulet est lâché au point O, d'abscisse $x_0 = 0$ à la date $t_0 = 0$ S. On suppose l'action de l'air négligeable ; dans ce cas, l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G du boulet est : $x(t) = \dfrac{1}{2}gt^2$.

1. Soient x_1 la distance parcourue au bout de la durée τ, x_2 la distance parcourue au bout de la durée 2τ et ainsi de suite, exprimer x_1, x_2, x_3 en fonction de g et de τ.
2. Exprimer la différence $h_1 = x_1 - x_0$ en fonction de g et de τ puis les différences $h_2 = x_2 - x_1$ et $h_3 = x_3 - x_2$ en fonction de h_1.
3. Retrouve-t-on la suite des hauteurs de chute annoncée par GALILÉE dans l'extrait n°1 ? Justifier.

Etude de la durée de la chute

Les points de vue d'ARISTOTE et de GALILÉE, au sujet de l'influence de la masse m du boulet sur la durée totale Δt de sa chute, diffèrent.

Extrait n°2 : « Cherchons à savoir combien de temps un boulet, de fer par exemple, met pour arriver sur la Terre d'une hauteur de cent coudées(*). ARISTOTE dit qu'une « boule de fer de cent livres(**), tombant de cent coudées, touche terre avant qu'une boule d'une livre ait parcouru une seule coudée », et je vous dis, moi, qu'elles arrivent en même temps. Des expériences répétées montrent qu'un boulet de cent livres met cinq secondes pour descendre de cent coudées » (*) Une coudée correspond à une distance de 57 cm ; (**) Une livre est une unité de masse.

4. Parmi les propositions ci-dessous, attribuer celle qui correspond à la théorie d'ARISTOTE et celle qui correspond à la théorie de GALILÉE :
   — La durée de chute augmente quand la masse du boulet augmente ;
   — La durée de chute diminue quand la masse du boulet augmente ;
   — La durée de chute est indépendante de la masse.
5. En utilisant l'expression $x(t) = \dfrac{1}{2}gt^2$, calculer la durée Δt de la chute d'un boulet qui tombe d'une hauteur totale H = 57 m (100 coudées).
   Ce résultat est différent de la valeur annoncée dans l'extrait n°2. Proposer une explication à l'écart constaté.

Galilée à Venise

En 1592, GALILÉE quitte PISE pour l'Université de PADOUE, dépendant de VENISE. Cette dernière ville possède un arsenal tout-à -fait considérable, et la légende raconte qu'il était inutile de chercher GALILÉE dans les salles de l'Université, que l'on avait plus de chance de le trouver sur les chantiers navals, dont il appréciait l'ambiance, et où il a pu faire preuve de son incroyable ingéniosité. GALILÉE a notamment le premier indiqué qu'il faut pointer les canons avec un angle de 45° afin de permettre la distance de tir la plus grande possible.
Dans les navires de guerre de l'époque, de lourds canons sont fixés au pont, et projettent des boulets de 200 livres (environ 100 kg) portant jusqu'à 1 200 toises (environ 2 400 m). La structure d'un navire est très robuste <u>pour résister à la réaction considérable du boulet</u> et leur échantillon(*) est ordinairement très fort.
(*) Echantillon : dimension et épaisseur des pièces utilisées en construction navale.

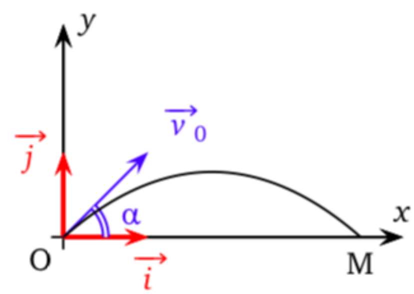
Action de la poudre de canon sur le boulet

L'éjection du boulet est provoquée par la combustion de la poudre. Une force de poussée est donc exercée sur le boulet par l'ensemble {navire + canon + gaz}.

6. Justifier l'expression soulignée dans le texte encadré ci-dessus, à l'aide d'une des trois lois de NEWTON. Enoncer cette loi (on pourra s'aider d'un schéma).

La trajectoire du boulet

On souhaite étudier la trajectoire du centre d'inertie G du boulet de masse m. L'étude est faite dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. Le repère d'étude est $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et l'origine des dates est choisie à l'instant où le boulet part du point O.
Le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ du point G est incliné d'un angle α (appelé angle de tir) par rapport à l'horizontale. Une fois le boulet lancé, la force de poussée de la partie précédente n'intervient plus.



<u>Données</u> : boulet utilisé : volume V = 12,7 dm^3 = 12,7 L et masse m = 100 kg.
La masse volumique du fer est $\rho_{fer} = 7{,}873\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.
La masse volumique de l'air est $\rho_{air} = 1{,}29\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

7. Calculer la valeur de la poussée d'Archiméde. Grand prince, je vous donne gracieusement son expression littérale $F_A = \rho_{air} g V$.
8. Calculer la valeur P du poids du boulet après avoir précisé son expression littérale.
9. Dans cet exercice, on pourra négliger la poussée d'ARCHIMÉDE devant le poids si la valeur de ce dernier est au moins cent fois plus grande que celle de la poussée d'ARCHIMÉDE.
   Montrer que l'on est dans cette situation.
10. Pendant le vol, compte tenu de la masse, de la vitesse et de la forme du boulet, on fait l'hypothèse que les forces de frottement dans l'air sont négligeables devant le poids. En tenant compte de la remarque et des résultats précédents, établir le bilan des forces exercées sur le système {boulet} pendant le vol.

Equation de la trajectoire

Dans toute cette partie, on négligera la poussée d'ARCHIMÉDE et on ne tiendra pas compte des forces de frottement dues à l'air.

11. En appliquant la deuxième loi de NEWTON, montrer que les équations horaires du mouvement du point G s'écrivent :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos\alpha\, t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha\, t \end{cases} \qquad (1)$$

12. Montrer que l'équation de la trajectoire peut se mettre sous la forme $y(x) = Ax^2 + B$. On donnera les expressions littérales de A et B et on prédira leurs unités respectives.

► Exercice 2

1. **Choisir un référentiel d'étude**

   (a) Pour chacun des mouvements suivants, préciser le référentiel d'étude adapté.

   (b) Une libellule sortant du bois pour aller envahir les salles P12 ou P14 ;

   (c) Le bus 13 dans son ascension de la voie romaine devant le lycée ;

   (d) Un élève dans ce même bus, qui appuye sur le bouton « arrêt demandé » ;

   (e) La station spatiale internationale en orbite autour de la Terre ;

   (f) La planète Mars en orbite autour du Soleil.

2. **Tracer des vecteurs vitesse et accélération**

   Le document donne l'enregistrement des positions successives du centre de gravité P d'un solide en mouvement. La durée entre deux marques consécutives est $\tau = 60$ ms.

   (a) Calculer les valeurs des vitesses aux point P_2 et P_4.

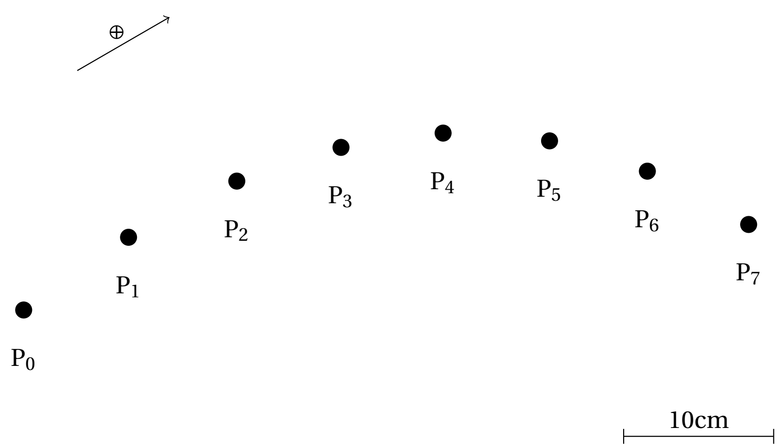
   (b) Tracer, à une échelle de 5 cm sur la feuille pour 1m/s, les deux vecteurs vitesse correspondants.

   (c) Construire le vecteur $\overrightarrow{\Delta v}_3 = \overrightarrow{v}_4 - \overrightarrow{v}_2$.

   (d) En utilisant l'échelle précisée précédemment, calculer la valeur de ce vecteur.

   (e) En déduire la valeur de l'accélération $\overrightarrow{a}_3$.

   (f) Représenter le vecteur accélération $\overrightarrow{a}_3$ à une échelle de 1 cm sur la feuille pour $1 \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.



▶ Exercice 3

La station spatiale internationale ISS (International Space Station) est à ce jour le plus grand des objets artificiels placés en orbite terrestre une altitude de 400 km.
Elle est occupée en permanence par un équipage international qui se consacre la recherche scientifique dans l'environnement spatial. Jusqu'à prsent, cinq vaisseaux cargos ATV ont permis de ravitailler la station ISS.
La station spatiale internationale, suppose ponctuelle et note S, évolue sur une orbite qu'on admettra circulaire, dont le plan est incliné de 51,6 ° par rapport au plan de l'équateur.
Données :

— rayon de la Terre : R = 6380 km ;
— masse de la station : $m = 435$ tonnes ;
— masse de la Terre, suppose ponctuelle : $\text{M} = 5,98 \times 10^{24}$ kg ;
— constante de gravitation universelle : $\text{G} = 6,67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$;
— altitude de la station ISS : $h = 400$ km ;
— expression de la valeur de la force d'interaction gravitationnelle F entre deux corps A et B ponctuels, de masses respectives m_A et m_B, distants de $d = \text{AB}$:

$$\text{F} = \text{G} \cdot \frac{m_\text{A} \cdot m_\text{B}}{d^2}$$

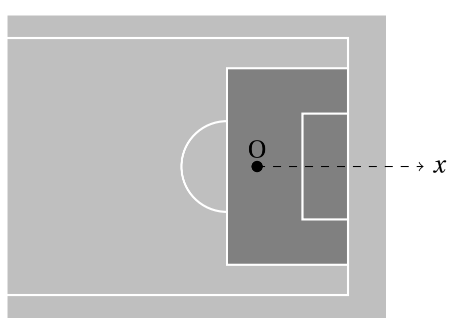
1. Représenter sur un schéma :
   — la Terre et la station S, suppose ponctuelle ;
   — un vecteur unitaire $\overrightarrow{u}$ orient de la station S vers la Terre (T) ;
   — la force d'interaction gravitationnelle exercée par la Terre sur la station S.
   Donner l'expression vectorielle de cette force en fonction du vecteur unitaire $\overrightarrow{u}$.
2. En considérant la seule action de la Terre, établir l'expression vectorielle de l'accélération $\overrightarrow{a}_\text{S}$ de la station dans le référentiel géocentrique, suppos galiléen, en fonction de G, M, h, R et du vecteur unitaire $\overrightarrow{u}$.
3. Vitesse du satellite
   (a) Montrer que, dans le cas d'un mouvement circulaire, la valeur de la vitesse du satellite de la station a pour expression :

$$v = \sqrt{\frac{\text{G} \cdot \text{M}}{\text{R} + h}}$$

   (b) Calculer la valeur de la vitesse de la station, en m/s.
4. Combien de révolutions autour de la Terre un astronaute présent à bord de la station spatiale internationale fait-il en 24 h ?

▶ Exercice 4

Antonin PANENKA, footballeur international tchécoslovaque, est connu pour avoir laissé son nom à une technique particulière pour tirer les penaltys ou « tirs au but ». Au lieu de frapper en force, il frappe doucement le ballon qui prend alors une trajectoire en « cloche ». Son geste est devenu célèbre au soir de la finale de la Coupe d'Europe des Nations de 1976, où la Tchécoslovaquie battait la république Fédérale d'Allemagne tenante du titre. Antonin PENENKA marquant le dernier penalty par cette technique de balle « en cloche » venait d'inventer la « Panenka ».
Lors d'un match de football, un joueur doit tirer un penalty et décide de tenter une « Panenka ». Le joueur dépose le ballon au point de penalty O, pris comme origine du repère.



Schématisation du problème

1. Tracer un repère orthonormé (Ox, Oz) et représenter, dans ce repère, la situation de pénalty, sans souci d'échelle.
   Les grandeurs suivantes devront apparaître : le vecteur
2. On note A le point où se situe le ballon lorsqu'il franchit la ligne de but. Quelles conditions doivent vérifier les coordonnées $(x_A ; z_A)$ de ce point pour que le pénalty soit réussi ?

Étude énergétique du mouvement du ballon

3. On admet que le ballon passe au niveau de la ligne de but à une hauteur $z_A = h_A$. Rappeler les expressions de l'énergie cinétique E_c, de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} et de l'énergie mécanique E_m. On choisira un axe vertical ascendant et une énergie potentielle de pesanteur nulle à l'origine. En explicitant votre raisonnement, associer à chaque courbe du document la forme d'énergie correspondante.
4. À l'aide du document, déterminer les valeurs de la hauteur h_A et de la vitesse v_A lorsque le ballon franchit la ligne de but.
5. Que peut-on dire de l'énergie mécanique du ballon lors de son mouvement ? Utiliser cette caractéristique du mouvement pour retrouver la valeur v_A de la vitesse du ballon lorsqu'il franchit la ligne de but et comparer le résultat trouvé avant. Conclure.