LE HOCKEY SUR GAZON (Amérique du Nord 2009 5 points)

A – Première phase

1.1. (vidéo) Deuxième loi de Newton dans le cas d'une masse constante: Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures $\Sigma\vec{F}_{Ext}$ exercée sur un système de

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$$

en effet

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m.\vec{v})}{dt} = m.\frac{d(\vec{v})}{dt} = m.\vec{a}$$

masse *m* est égale au produit de la masse *m* par le vecteur accélération $\vec{a}$:

Etude mécanique :

système {balle}

référentiel terrestre supposé galiléen.

Le poids de la balle et l'action de l'air sont négligé devant la force $\vec{F}$ exercée par la crosse, la deuxième loi de Newton appliquée à la balle le long du trajet AB s'écrit :

$$\sum\vec{F}_{ext} = \vec{F} = m.\vec{a}$$

.

$$\sum\vec{F}_{ext} = \vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{1}{m}.\vec{F}$$

1.2. (vidéo) D'après la seconde loi de Newton **le vecteur accélération est uniforme :**

de plus La trajectoire de la balle entre A et B, est une droite : le mouvement est **rectiligne uniformément accéléré**.

2.1 (vidéo) Par définition du vecteur accélération est égale à la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

.

2.2 (vidéo) Comme le vecteur accélération est constant entre A et B il vient :

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_B - \vec{v}_A}{\Delta t}$ de plus $v_A = 0\ m.s^{-1}$

donc

$\vec{a} = \frac{\vec{v}_B}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{v_B}{\Delta t} = \frac{14}{0{,}11}$

$a = 1{,}3 \times 10^2\ m.s^{-2}$

3. $\vec{F} = m.\vec{a}$

F = m.a = $0{,}160 \times 1{,}3 \times 10^2$

F = 20 N.

Le poids $\vec{P}$ de l'objet a pour valeur :

P = m.g = $0{,}160 \times 9{,}8$ = **1,6 N.**

$\frac{F}{P} = \frac{20}{1{,}6} \approx 13$

conclusion : la valeur de la force F est 13 fois plus grande que celle du poids de la balle. Une grandeur peut être négligées si elle est 100 fois inférieure à une autre donc P ne peut être négligé devant F

.

B – Deuxième phase

1. Trajectoire de la balle.

1.1. (vidéo)Le mouvement de la balle est étudié dans le référentiel terrestre associé au repère (O,x,z) .

Coordonnées du vecteur vitesse à l'instant t = 0 :

$$\vec{v}_B \begin{cases} v_{Bx} = v_B.\cos\alpha \\ v_{Bz} = v_B.\sin\alpha \end{cases}$$

1.2. (vidéo)Coordonnées du vecteur position à l'instant t = 0

$$\vec{OG} \left| \begin{array}{l} x = 0 \\ z = h \end{array} \right.$$

1.3. (vidéo)Coordonnées du vecteur vitesse au cours du temps :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_B.\cos\alpha \\ v_z = v_B.\sin\alpha - gt \end{cases}$$

Au sommet S de la trajectoire, **le vecteur vitesse de la balle à une direction horizontale : v_{Sz} = 0.**

$$\vec{v}_S \begin{cases} v_{Sx} = v_B.\cos\alpha \\ v_{Sz} = 0 \end{cases}$$

par conséquent la valeur vs est :

$v_S = v_B.\cos\alpha$ = $14 \times \cos(30)$

v_S = 12 m.s⁻¹.

1.4. (exemple d'exercice similaire)Le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps par conséquent :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_B.\cos\alpha \\ v_z = v_B.\sin\alpha - gt \end{cases}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$$

Les conditions initiales sont $x(0) = x_B = 0$ et $z(0) = z_B = h$. Par intégration on obtient les

$$\vec{OG}\begin{cases} x = v_B.\cos\alpha.t \\ z = -\frac{1}{2}.g.t^2 + v_B.\sin\alpha.t + h \end{cases}$$

équations horaires des coordonnées du vecteur position :

1.5. (vidéo) Équation de la trajectoire : c'est la relation liant x et z. On exprime le temps 't' en fonction de x, puis on réinjecte cette valeur dans l'expression de z ::

$$\vec{OG}\begin{cases} x = v_B.\cos\alpha.t \Rightarrow t = \dfrac{x}{v_B.\cos\alpha} \\ z = -\frac{1}{2}.g.t^2 + v_B.\sin\alpha.t + h \end{cases}$$

$$z = -\frac{1}{2}.g.(\frac{x}{v_B.\cos\alpha})^2 + v_B.\sin\alpha.(\frac{x}{v_B.\cos\alpha}) + h$$

$$z = -\frac{1}{2}.g.(\frac{x}{v_B.\cos\alpha})^2 + \tan\alpha.x + h$$

2.1. Pour que le but soit marqué il faut pour **$x = d$, que $0 \leq z(d) \leq L$**(hauteur des cages). Il faut également que le palet ne roule pas après son contact avec le sol !!

2.2. On remplace la valeur **$x = d = 15$ m** dans l'équation de la trajectoire :

$$z = -\frac{1}{2}.g.(\frac{d}{v_B.\cos\alpha})^2 + \tan\alpha.d + h$$

$$z = -0{,}5x9{,}8x(\frac{15}{14x\cos(30)})^2 + \tan(30)x15 + 0{,}4$$

$$z = 1{,}6\ \text{m}$$

$$z \leq L = 2{,}14\ \text{m; le but peut être marqué.}$$

C – Étude énergétique

1. Énergie potentielle de pesanteur : $E_P(z) = m.g.z$

Énergie mécanique : $E_M = E_C + E_P = \frac{1}{2}.m.v^2 + m.g.z$

2. (vidéo)Au point B : $\mathbf{E_M(B)} = \frac{1}{2}.m.v_B{}^2 + m.g.h = 0{,}5 \times 0{,}160 \times (14^2) + 0{,}160 \times 9{,}8 \times 0{,}40 =$ **16 J**.

3.1. Il n'y a pas de frottement donc **l'énergie mécanique est constante** au cours du mouvement de la balle.

3.2. (vidéo)D'après le 3.1

$\mathbf{E_M(B) = E_M(S) = constante}$

$E_{M(B)} = \frac{1}{2}.m.v_S{}^2 + m.g.z_{max}$

$E_M(B) - \frac{1}{2}.m.v_S{}^2 = m.g.z_{max}$

$$z_{max} = \frac{Em(B) - 1/2.m.v^2{}_S}{m.g}$$

$$z_{max} = \frac{16 - 0{,}5x160x10^{-3}.(12)^2}{160x10^{-3}x9{,}8}$$

$$z_{max} = 3{,}0 \text{ m}$$