

I. Analyse d'un lait

**Les parties 1. et 2. de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.**

- On se propose de déterminer les masses en ions chlorure et en acide lactique présents dans un lait.

1. **Dosage par conductimétrie**

1.1. On prélève un volume  $V_0 = 20,0$  mL de lait (solution  $S_0$ ) et on les introduit dans une fiole jaugée de volume  $V_S = 100,0$  mL.

On complète avec de l'eau distillée et on homogénéise pour obtenir une solution S, de concentration  $C_S$ . Quel rapport existe entre la concentration  $C_0$  de la solution  $S_0$  et la concentration  $C_S$  de la solution S ?

1.2. On verse un volume  $V_1 = 10,0$  mL de la solution S dans un bécher et on y ajoute environ 250 mL d'eau distillée. Indiquer précisément le protocole à suivre pour prélever 10,0 mL de solution S (matériel utilisé, manipulations à effectuer).

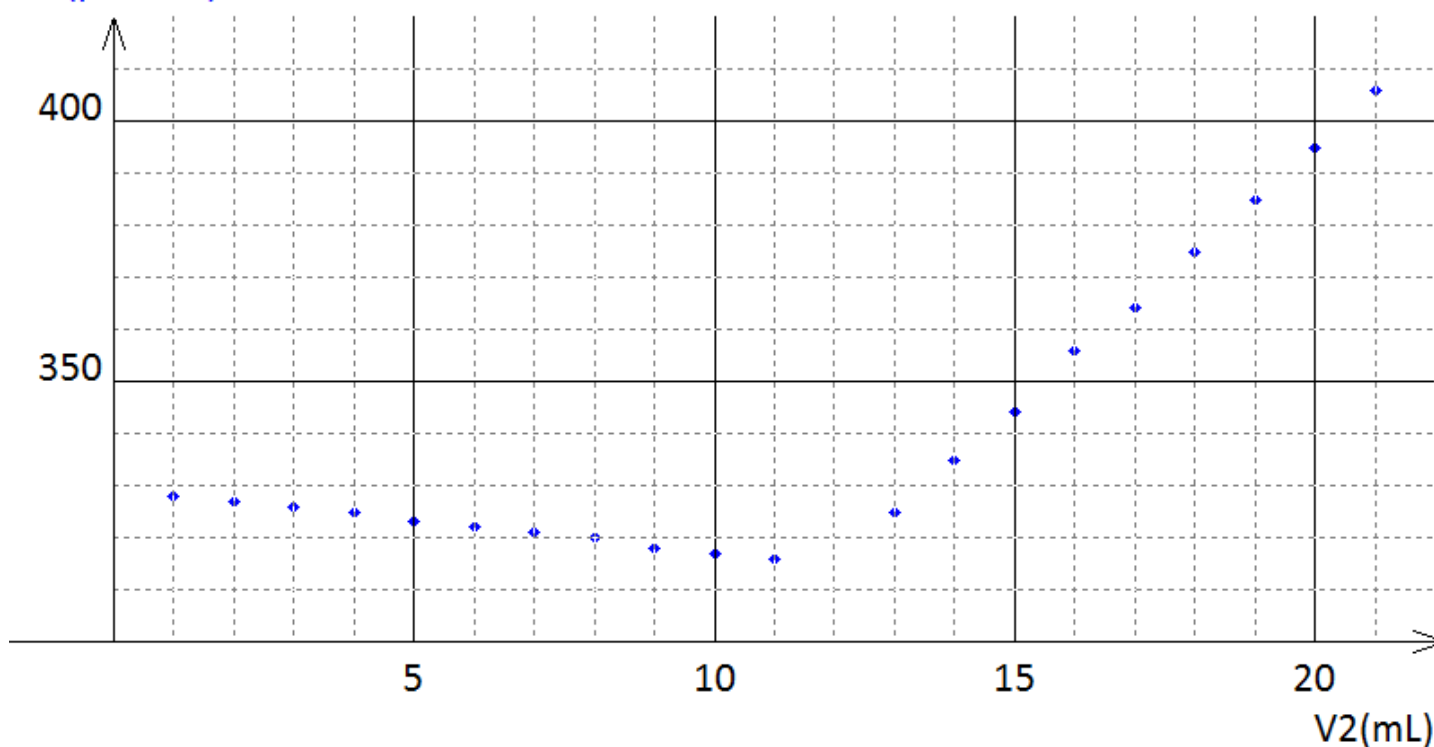
1.3. On plonge ensuite dans le bécher une cellule conductimétrique. Initialement et après chaque ajout, mL par mL, d'une solution aqueuse de nitrate d'argent ( $Ag^+_{(aq)} + NO_3^-_{(aq)}$ ) de concentration  $C_2 = 5,00 \times 10^{-3}$  mol.L<sup>-1</sup> on détermine la conductivité du milieu réactionnel.

Indiquer, sur un schéma annoté, le dispositif expérimental à mettre en place.

- Le suivi conductimétrique du dosage permet d'obtenir la courbe d'évolution de la conductivité  $\sigma$  du milieu réactionnel en fonction du volume  $V_2$  de la solution de nitrate d'argent versé (**document n°1 ci-dessous**). La transformation chimique, rapide, met uniquement en jeu les ions chlorure et les ions argent selon l'équation de réaction :  $Ag^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)} \rightleftharpoons AgCl_{(s)}$

➤ **Rappel** : Le chlorure d'argent  $AgCl$  est un solide blanc, pratiquement insoluble dans l'eau, qui noircit à la lumière.

$\sigma(\mu S.cm^{-1})$



**Document n°1**

- 1.4. Quelle est l'origine de la conductivité initiale de la solution ?
- 1.5. En utilisant les valeurs des conductivités molaires ioniques données ci-dessous, interpréter la variation de la valeur de la conductivité  $\sigma$  du milieu réactionnel au cours du dosage.  
 À 25°C :  $\lambda(\text{Cl}^-_{(\text{aq})}) = 76,3 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{S} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;  $\lambda(\text{NO}_3^-_{(\text{aq})}) = 71,4 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{S} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;  
 $\lambda(\text{Ag}^+_{(\text{aq})}) = 61,9 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{S} \cdot \text{mol}^{-1}$
- 1.6. A l'aide de la courbe  $\sigma = f(V_2)$ , déterminer le volume  $V_{2E}$  à l'équivalence à 0,1 mL près.
- 1.7. Quelle est à l'équivalence la relation entre la quantité de matière en ions argent introduits et la quantité de matière en ions chlorure initialement présents ?
- 1.8. En déduire la concentration molaire  $C_S$  en ions chlorure initialement présents dans la solution S, puis celle  $C_0$  dans le lait.
- 1.9. La masse d'ions chlorure présents dans un litre de lait doit être comprise entre 1,0 g et 2,0 g.  
 Calculer la masse d'ions chlorure présents dans le lait étudié et conclure.
- **Donnée** : masse molaire des ions chlorure :  $M(\text{Cl}^-) = 35,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

## 2. Dosage de l'acide lactique

- Un lait frais ne contient pas d'acide lactique. En vieillissant, le lactose présent dans le lait se transforme en acide lactique, noté par la suite HA.
  - On dose l'acide lactique, considéré comme le seul acide présent dans le lait étudié, par une solution d'hydroxyde de sodium :  $\text{Na}^+_{(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})}$  (soude) de concentration  $C_B = 5,00 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .
  - On prélève un volume  $V_A = 20,0 \text{ mL}$  de lait que l'on place dans un bécher et on suit l'évolution du pH en fonction du volume  $V_B$  de soude versé.
- **Données** : couples acide/base :  $\text{H}_2\text{O}/\text{HO}^-_{(\text{aq})}$  :  $\text{pK}_{A1} = 14,0$  ;  $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$  :  $\text{pK}_{A2} = 0,0$  ;  $\text{HA}_{(\text{aq})}/\text{A}^-_{(\text{aq})}$  :  $\text{pK}_{A3} = 3,9$
- 2.1. Écrire l'équation de la réaction qui se produit lors du mélange. Quelles caractéristiques doit présenter cette réaction pour être adaptée à un dosage ?
- On obtient les valeurs données dans le tableau suivant :

$V_B$ (mL)	0	2,0	4,0	6,0	8,0	10	11	11,5	12	12,5	13	14	16
pH	2,9	3,2	3,6	3,9	4,2	4,6	4,9	6,3	8,0	10,7	11,0	11,3	11,5

- 2.2. En utilisant un diagramme de prédominance, déterminer quelle est, entre  $\text{HA}_{(\text{aq})}$  et  $\text{A}^-_{(\text{aq})}$  l'espèce chimique prédominante au début du dosage.
- 2.3. Pour quel volume de soude versé,  $\text{HA}_{(\text{aq})}$  et  $\text{A}^-_{(\text{aq})}$  sont-elles présentes en quantités égales ?
- 2.4. Le tracé du graphe représentant l'évolution du pH en fonction du volume de soude versé montre que l'équivalence acide base est atteinte pour un volume de soude  $V_B = 12,0 \text{ mL}$ .  
 En déduire la quantité de matière d'acide lactique présente dans le volume  $V_A$  de lait.
- 2.5. On considère qu'un lait frais a une concentration en acide lactique inférieure à  $1,8 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ .  
 Quelle est la masse d'acide lactique présente dans un litre de lait ? Conclure ?
- Donnée** : masse molaire moléculaire de l'acide lactique :  $M(\text{HA}) = 90 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

## II. Des lois de Kepler à l'étude d'un astéroïde ...

- L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement de quelques planètes du système solaire et de déterminer la masse de l'astéroïde Rhéa Sylvia, récemment découvert par une équipe d'astronomes. Celui-ci a la forme d'une grosse pomme de terre mesurant quelques centaines de kilomètres.
- Par souci de simplification, dans tout l'exercice, les astres étudiés sont considérés à répartition sphérique de masse.
- Donnée : constante de gravitation universelle  $G = 6,67 \times 10^{-11}$  S.I
- Les représentations vectorielles demandées sont à effectuer sans souci d'échelle.

### 1. En hommage à Kepler

« Johannes Kepler, né le 27 décembre 1571 à Weil der Stadt, près de Stuttgart (Allemagne), mort le 15 novembre 1630 à Ratisbonne, est un astronome célèbre. Il a étudié et confirmé l'hypothèse héliocentrique (la Terre tourne autour du Soleil) de Nicolas Copernic. Il a également découvert que les trajectoires des planètes n'étaient pas des cercles parfaits centrés sur le Soleil mais des ellipses. En outre, il a énoncé les lois (dites lois de Kepler) qui régissent les mouvements des planètes sur leurs orbites. »



#### 1.1. Planètes en orbite elliptique

- La figure 1 ci-dessous représente la trajectoire elliptique du centre d'inertie M d'une planète du système solaire de masse m dans le référentiel héliocentrique considéré galiléen. Les deux foyers  $F_1$  et  $F_2$  de l'ellipse et son centre O sont indiqués.

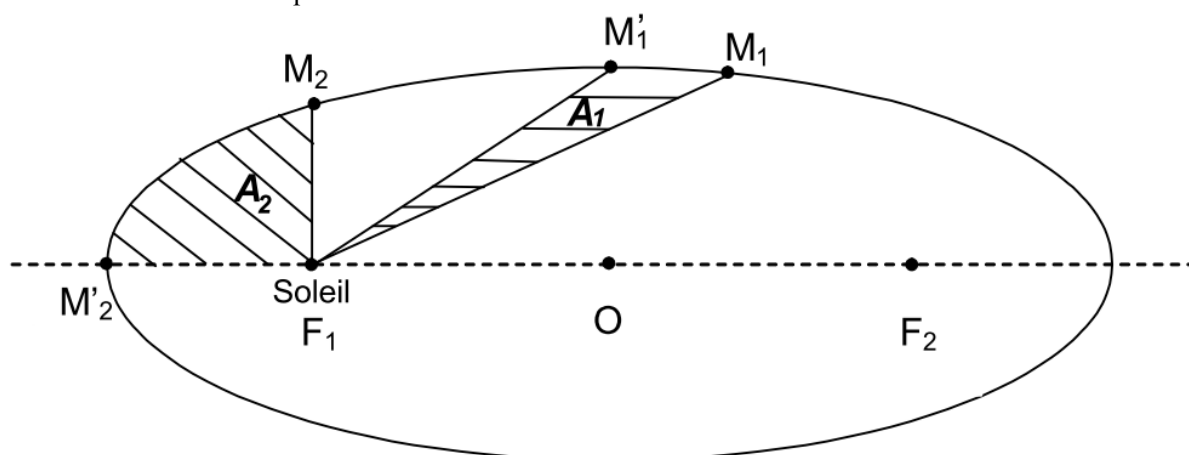


Figure 1

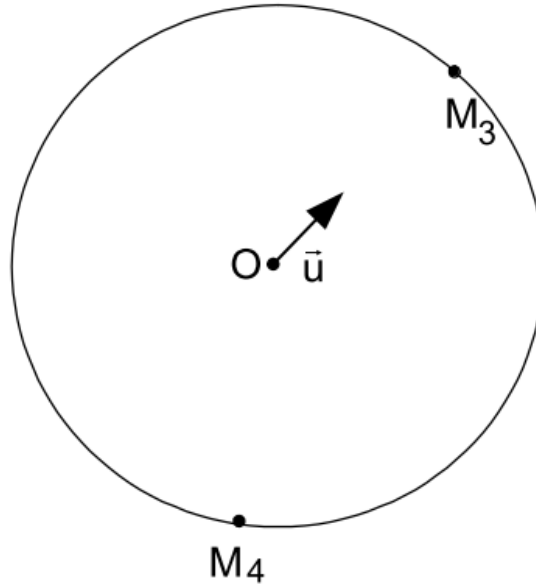
- 1.1.1 En utilisant une des lois de Kepler, justifier la position du Soleil indiquée sur la figure 1 ci-dessus.
- 1.1.2 On suppose que les durées de parcours entre les points  $M_1$  et  $M'_1$  puis  $M_2$  et  $M'_2$  sont égales. En utilisant une des lois de Kepler, trouver la relation entre les aires hachurées  $A_1$  et  $A_2$  sur la figure 1 ci-dessus.
- 1.1.3 La valeur de la vitesse moyenne entre les points  $M_1$  et  $M'_1$  est-elle inférieure, égale ou supérieure à celle entre les points  $M_2$  et  $M'_2$  ? Justifier.

## 1.2. Planètes en orbite circulaire

- Dans cette partie, pour simplifier, on modélise les trajectoires des planètes du système solaire dans le référentiel héliocentrique par des cercles de rayon  $r$  dont le centre  $O$  est le Soleil de masse  $M_S$ .

1.2.1 Représenter sur la **Figure 2 ci-dessous** la force de gravitation  $\vec{F}_3$  exercée par le Soleil sur une planète quelconque du système solaire de masse  $m$  dont le centre d'inertie est situé au point  $M_3$ .

Figure 2



1.2.2 Donner l'expression vectorielle de cette force au point  $M_3$ , en utilisant le vecteur unitaire  $\vec{u}$ .

- Pour la suite on considère que les valeurs des autres forces de gravitation s'exerçant sur la planète sont négligeables par rapport à la valeur de  $\vec{F}_3$ .

1.2.3 En citant la loi de Newton utilisée, déterminer l'expression du vecteur accélération  $\vec{a}_3$  du centre d'inertie d'une planète quelconque de masse  $m$  du système solaire dont le centre d'inertie est situé au point  $M_3$ .

1.2.4 Représenter sur la **Figure 2 ci-dessous** les vecteurs accélérations  $\vec{a}_3$  et  $\vec{a}_4$  du centre d'inertie d'une planète quelconque du système solaire respectivement aux points  $M_3$  et  $M_4$ .

1.2.5 En déduire la nature du mouvement du centre d'inertie d'une planète quelconque de masse  $m$  du système solaire.

1.2.6 Le graphe de la **Figure 3 page 5** représente l'évolution du carré de la période de révolution des planètes Terre, Mars et Jupiter en fonction du cube du rayon de leur orbite. Ce graphe est-il en accord avec la troisième loi de Kepler ?

1.2.7 En utilisant le graphe de la **Figure 3 page 5**, montrer que :  $\frac{T^2}{r^3} = 3,0 \times 10^{-19}$  S.I.

1.2.8

« Une équipe composée de Franck Marchis (université de Californie à Berkeley) et de trois astronomes de l'Observatoire de Paris, Pascal Descamps, Daniel Hestroffer et Jérôme Berthier, vient de découvrir un astéroïde, nommé Rhéa Sylvia, qui gravite à une distance constante du Soleil avec une période de révolution de 6,521 ans. »

D'après un article paru dans LE MONDE le 13.07.2005

À l'aide des données de l'article précédent et du résultat de la question 1.2.7., calculer la distance séparant les centres respectifs de Rhéa Sylvia et du Soleil.

**Donnée** : 1 an = 365 jours

## 2. La troisième loi de Kepler comme balance cosmique...

« Grâce au Very Large Telescope de l'European Southern Observatory (ESO) au Chili, les astronomes ont également découvert que Rhéa Sylvania était accompagné de deux satellites baptisés Remus et Romulus. Leurs calculs ont montré que les deux satellites décrivent une orbite circulaire autour de Rhéa Sylvania ; Romulus effectue son orbite en 87,6 heures. Les distances entre chaque satellite et Rhéa Sylvania sont respectivement de 710 kilomètres pour Remus et 1360 kilomètres pour Romulus.»

D'après un article paru dans LE MONDE le 13.07.2005

- On s'intéresse désormais au mouvement circulaire uniforme du centre d'inertie d'un satellite de Rhéa Sylvania. L'étude est faite dans un référentiel « Rhéa Sylvania-centrique » muni d'un repère dont l'origine est le centre de Rhéa Sylvania et dont les trois axes sont dirigés vers des étoiles fixes.

2.1. On rappelle que la troisième loi de Kepler a pour expression littérale :  $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M}$ . Dans le cadre de l'étude du mouvement de Remus et Romulus autour de Rhéa Sylvania, donner la signification de chaque grandeur et son unité. En déduire l'unité de G dans le système international.

2.2. A l'aide des données de l'article précédent et de la troisième loi de Kepler, déterminer la masse de l'astéroïde Rhéa Sylvania.

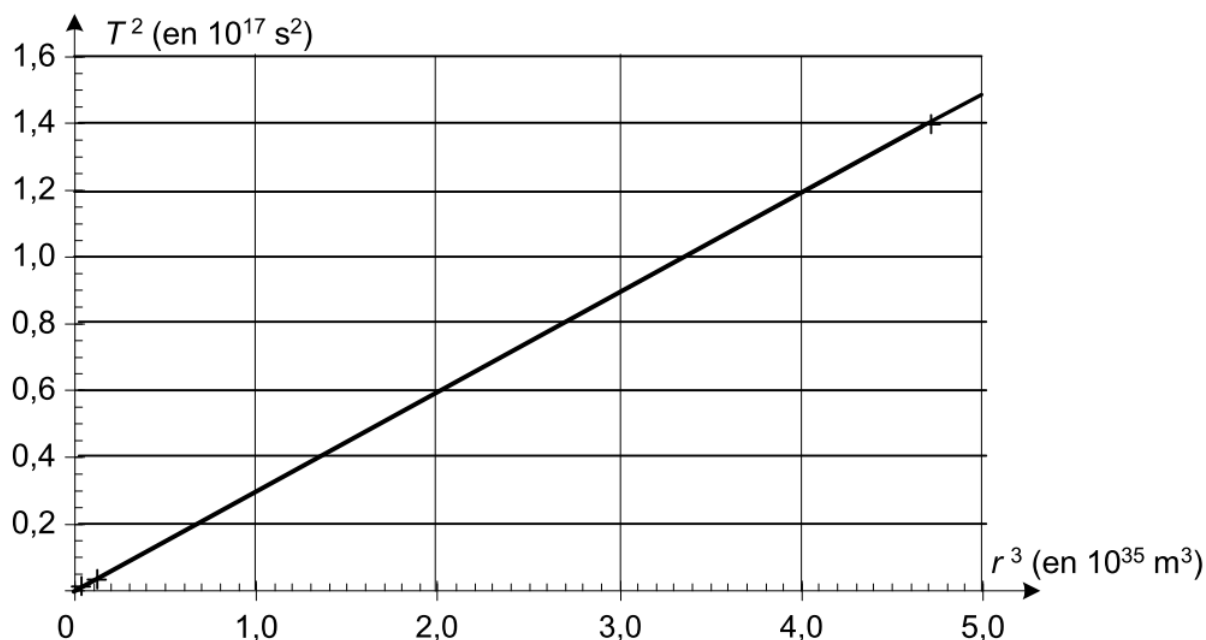


Figure 3