

I. Les ultrasons au service de la santé (7 points)**1. Généralités sur les ultrasons**

- 1.1. Onde mécanique : Une onde mécanique correspond à la propagation d'une perturbation dans un milieu matériel, sans transport de matière mais avec transport d'énergie.
- 1.2. Les ondes ultrasonores sont des ondes longitudinales car la direction de déformation du milieu est parallèle à la direction de propagation de l'onde.
- 1.3. Les fréquences se situent à des fréquences supérieures à 20000 Hz (ou 20 kHz)
- 1.4. Valeur approchée de la célérité des ultrasons dans l'air (à 25°C) : 340 m.s⁻¹ (valeurs acceptées comprises entre 300 et 400 m.s⁻¹)
- 1.5. $\frac{v_{os}}{v_{air}} = \frac{4,0 \cdot 10^3}{340} \approx 12$: la vitesse des ultrasons dans les os humains est environ 12 fois supérieures à celle des ultrasons dans l'air. Cela s'explique par le fait que les os sont plus denses que l'air. En effet, plus un milieu est dense et plus les ultrasons (ou les sons) se propagent rapidement.

2. L'échographie

- 2.1. Les ultrasons font un aller-retour donc on a la relation : $v = \frac{2D}{\Delta t}$

$$\text{Soit : } D = \frac{v \times \Delta t}{2} = \frac{1540 \times 0,052 \cdot 10^{-3}}{2} = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 4,0 \text{ cm}$$

On détermine ensuite l'incertitude U(D) :

$$U(D) = D \cdot \sqrt{\left(\frac{U(v)}{v}\right)^2 + \left(\frac{U(\Delta t)}{\Delta t}\right)^2} = 4,0 \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{1540}\right)^2 + \left(\frac{0,001}{0,052}\right)^2} = 0,08 \text{ cm}$$

Sachant qu'il y a un chiffre derrière la virgule, on arrondit U(D) à 0,1 cm.

D'où le résultat : $D = (4,0 \pm 0,1) \text{ cm}$ (avec un intervalle de confiance de 95%)

- 2.2. Pour savoir si la mesure est de bonne qualité, on effectue un écart relatif : $\frac{U(D)}{D} = \frac{0,1}{4,0} \times 100 = 2,5\% < 10\%$:

la mesure est de bonne qualité.

- 2.3. L'incertitude relative est supérieure à 1%, il faut chercher comment améliorer la qualité de la mesure et donc chercher la source d'erreur prépondérante.

$$\frac{U(v)}{v} = \frac{1}{1540} \times 100 = 6,5 \cdot 10^{-2}\% ; \frac{U(\Delta t)}{\Delta t} = \frac{0,001}{0,052} \times 100 = 1,9\% :$$

la source d'erreur prépondérante provient de la mesure de la durée.

- 2.4. La situation a correspond à des interférences destructives car les ondes 1 et 2 sont en opposition de phase. La situation b correspond à des interférences constructives car les ondes 1 et 2 sont en phase.

- 2.5. Cas des interférences destructives :

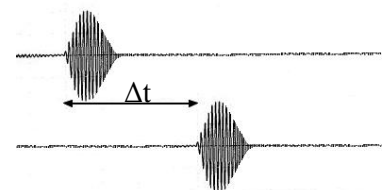


Cas des interférences constructives :



Onde résultante

- 2.6. Les conditions pour avoir des interférences destructives sont : $\delta = (k + \frac{1}{2})\lambda$, $k \in \mathbb{Z}$, que les ondes aient la même fréquence (ondes synchrones) et un déphasage constant au cours du temps (ondes cohérentes)



3. L'échographie Doppler

3.1. L'effet Doppler est la variation de fréquence d'une onde mesurée entre l'émission et la réception lorsque l'émetteur et le récepteur sont en mouvement relatif.

3.2. Il y a diffraction si $a \approx \lambda$ ou $a < \lambda$ avec λ la longueur d'onde des ultrasons et a la taille du globule rouge.

$$\lambda = \frac{c}{f_0} = \frac{1540}{5,3 \cdot 10^6} = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 2,9 \cdot 10^2 \text{ } \mu\text{m} > 5 \text{ } \mu\text{m} : \text{l'onde ultrasonore subit un phénomène de diffraction.}$$

3.3. f' et f_0 en Hz (ou s^{-1}) donc : $\left| \frac{f' - f_0}{f_0} \right|$ sans unité (v et c en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\cos \theta$ sans unité) donc : $\frac{2v \times \cos \theta}{c}$ sans unité

La relation est donc homogène.

3.4. $\left| \frac{f' - f_0}{f_0} \right| = \frac{2v \times \cos \theta}{c}$ d'où : $v = \frac{c}{2 \times \cos \theta} \times \left| \frac{f' - f_0}{f_0} \right| = \frac{1540}{2 \times \cos(30^\circ)} \times \left| \frac{298}{5,3 \cdot 10^6} \right| = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ soit

$$v = 5,0 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

3.5. $f' - f_0 > 0$ donc $f' > f_0$: les globules rouges se rapprochent de la sonde Doppler.

II. Détartrant à base d'acide lactique

1. L'acide lactique

1.1. La molécule d'acide lactique

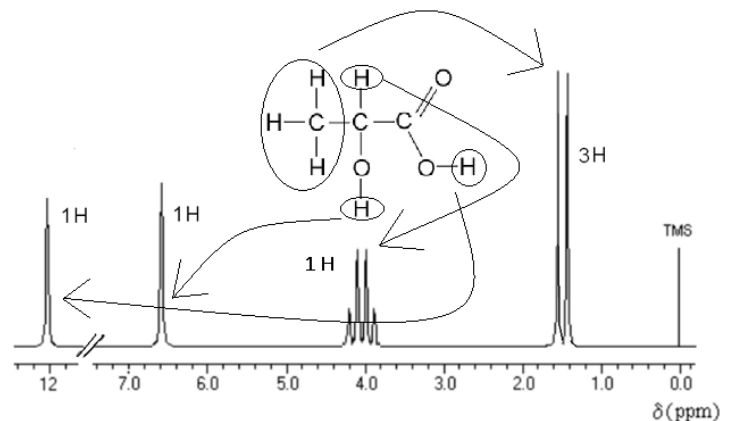
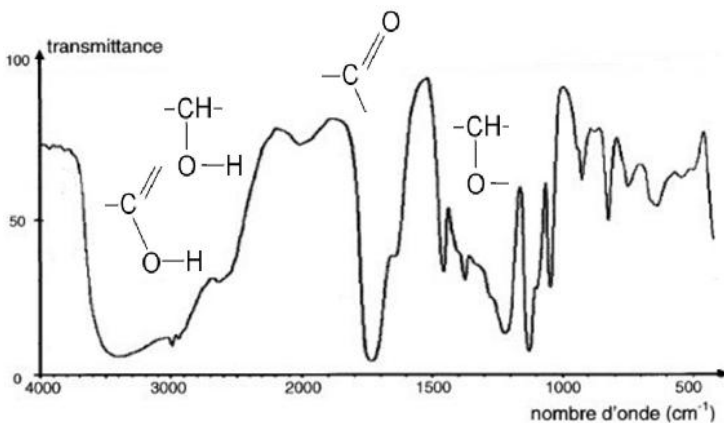
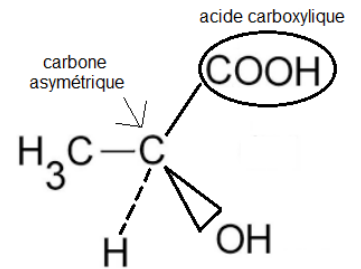
1.1.1 Représentation de Cram avec la fonction acide carboxylique :

1.1.2 L'acide lactique a pour nom Acide 2-hydroxypropanoïque.

1.1.3 Cette molécule est chirale car elle a un carbone asymétrique ; Il existe donc une molécule, image à travers un miroir mais non superposable à l'acide lactique.

1.1.4 Le spectre IR montre les liaisons O-H à 3200 cm^{-1} , O-H_{acide} à 3200 cm^{-1} , C-O à 1220 cm^{-1} et C=O_{acide} à 1700 cm^{-1} .

Le spectre RMN possède 4 signaux donc 4 groupes d'H ; 3 groupes ont 1 seul H et un avec 3 H (courbe d'intégration) ; Le groupe à 3 H est un doublet, il possède 1 H voisin, le quadruplet possède 3 H voisins, etc...



1.2. Réaction de l'acide lactique avec l'eau

1.2.1 L'équation est : $\text{AH}_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} \rightarrow \text{A}^{-}_{(\text{aq})} + \text{H}_3\text{O}^{+}_{(\text{aq})}$

1.2.2 L'expression de la constante d'acidité K_A est ici : $K_A = \frac{[\text{A}^{-}] \times [\text{H}_3\text{O}^{+}]}{[\text{AH}]}$

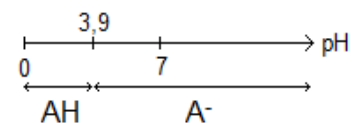
1.2.3 Lorsque $\text{pH} = 1,9$, l'espèce qui prédomine est AH.

En effet, on obtient le rapport entre base conjuguée et acide :

$$\frac{[\text{A}^{-}]}{[\text{AH}]} = 10^{(\text{pH} - \text{p}K_A)} = 10^{(1,9 + \log K_A)} = 10^{-2}$$

L'acide AH est 10^2 fois plus nombreux que sa base A^{-} .

On pouvait aussi utiliser l'échelle des pH avec $\text{p}K_A = -\log(1,3 \cdot 10^{-4}) = 3,9$

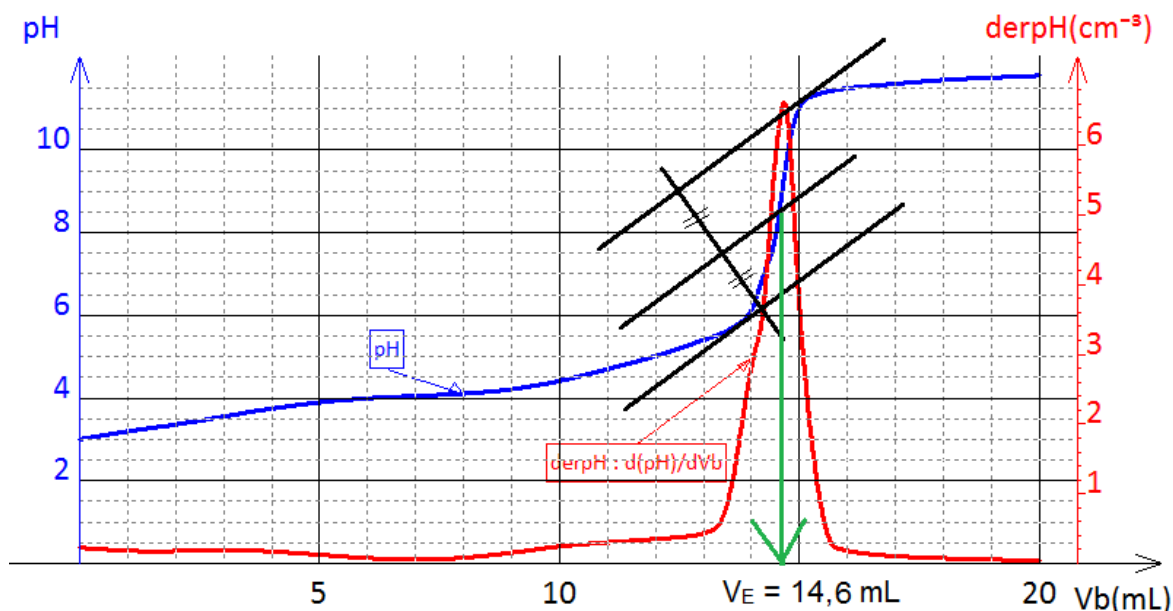


2. Dilution

2.1. Pour préparer par dilution une solution 10 fois moins concentrée, il faut un rapport de 10 entre le volume de la solution fille à préparer (solution diluée dans une fiole jaugée) et le volume de la solution mère à prélever (avec une pipette jaugée pour le plus de précision). Seul le lot C convient.

2.2. Titrage acido-basique

2.2.1 On utilise la méthode des tangentes parallèles ou celle du point d'inflexion (max de la dérivée). Dans les deux cas, on obtient un volume $V_E = 14,6 \text{ mL}$



2.2.2 A l'équivalence, les réactifs AH présent (espèce titrée) et HO^- versé (espèce titrante) sont en proportions stœchiométriques. Soit $n_{\text{AH}} = n_{\text{HO}^-}$. On en déduit : $c_d \times V_A = c_B \times V_E$, puis, $c_d = c_B \times V_E / V_A$

A.N.: $c_d = 0,20 \times 14,6 \cdot 10^{-3} / 5,0 \cdot 10^{-3} = 0,584 \approx 0,58 \text{ mol.L}^{-1}$.

2.2.3 Dans le détartrant, la concentration molaire en AH vaut $C = 10 \times c_d$ soit $C = 10 \times 0,58 = 5,8 \text{ mol.L}^{-1}$.

2.2.4 Dans un litre de détartrant, il y a 5,8 mol d'AH, dont la masse représente $m = n \times M_{\text{AH}}$

A.N. : $m = 5,8 \times 90 = 522 \text{ g} \approx 5,2 \cdot 10^2 \text{ g} = 5,2 \cdot 10^{-1} \text{ kg}$.

2.2.5 Le pourcentage massique (%m) correspond au rapport de la masse d'AH sur la masse de détartrant contenu dans le même volume de solution (par exemple 1 L) : $\%m = 5,2 \cdot 10^{-1} / 1,13 \times 100 = 46 \%$.

Cette valeur est cohérente avec celle indiquée (45 %) avec un écart relatif de 2,2 %.

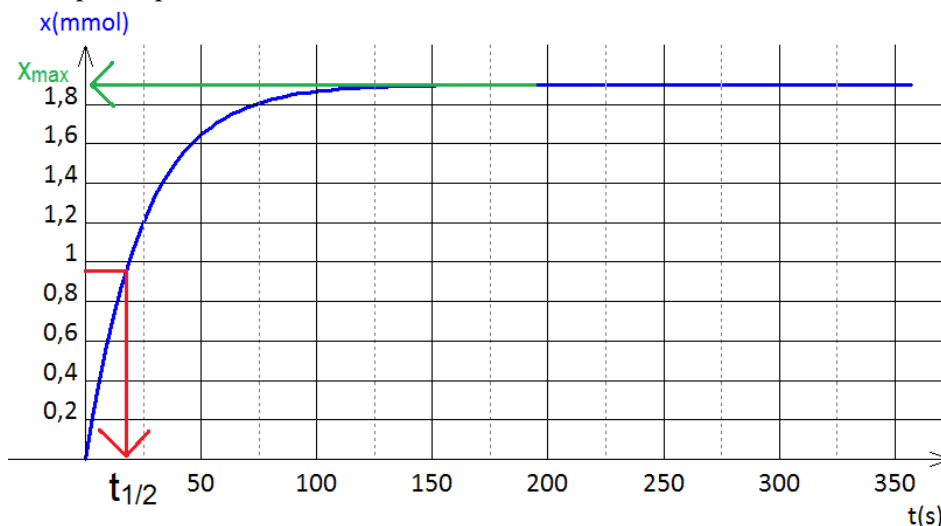
3. Action du détartrant sur le tartre

3.1. Lorsque l'avancement est maximal, on a $x_{\text{max}} = 1,9 \text{ mmol}$.

3.2. Lorsque la réaction s'arrête, il n'y a plus de tartre (ou CaCO_3) ; il s'agit donc du réactif limitant pour lequel on a $n - x_{\text{max}} = 0$ soit $n = x_{\text{max}} = 1,9 \text{ mmol}$. La masse correspondante vaut $m = n \times M$ avec $M = 40,1 + 12,0 + 16,0 \times 3$; A.N.: $m = 1,9 \cdot 10^{-3} \times 100,1 = 0,19 \text{ g}$.

3.3. Graphiquement, le temps de demi-réaction vaut $t_{1/2} = 20 \text{ s}$.

3.4. Ces deux facteurs favorisent le nombre de chocs efficaces entre réactifs, accélérant la réaction chimique. Ainsi, la durée de la réaction s'en trouvera réduite, donc $t_{1/2}$ sera plus faible. La conséquence en est que le détartrage sera plus rapide.



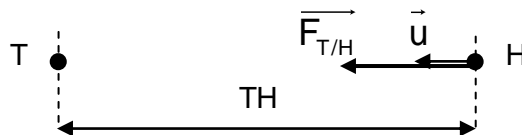
III. Non-Spécialistes seulement : De Hubble à James Webb - 5 points

1. Première partie : étude de l'orbite du télescope spatial Hubble

1.1. Le télescope Hubble évolue à une altitude constante de la surface de la Terre. Dans le référentiel géocentrique, sa trajectoire est un cercle.

1.2. La 2ème loi de Newton appliquée au système {télescope},

$$\text{donne } \Sigma \vec{F}_{\text{Ext.}} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

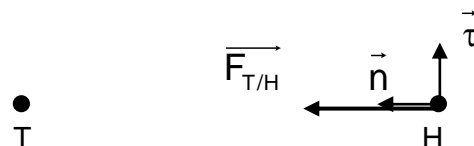


En considérant que le télescope n'est soumis qu'à la force $\vec{F}_{T/H}$ d'attraction gravitationnelle de la Terre, on a

$$\vec{F}_{T/H} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \text{ La masse du satellite étant constante, on a : } \vec{F}_{T/H} = \frac{dm \cdot \vec{v}}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

L'expression vectorielle de la force gravitationnelle $\vec{F}_{T/H}$ est

$$\vec{F}_{T/H} = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{(TH)^2} \cdot \vec{u}$$



En posant $TH = R_T + h$ il vient : $G \cdot \frac{m \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u} = m \cdot \vec{a}$.

L'accélération de Hubble est donc $G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u} = \vec{a}$.

Dans le repère de Frenet $(H, \vec{n}, \vec{\tau})$, le vecteur accélération s'écrit : $\vec{a} = \frac{v^2}{(R_T + h)} \cdot \vec{n} + \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau}$ avec $\vec{n} = \vec{u}$ on

obtient : $\vec{a} = \frac{v^2}{(R_T + h)} \cdot \vec{u} + \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau}$. En égalant les deux expressions de l'accélération, il vient :

$$\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u} = \frac{v^2}{(R_T + h)} \cdot \vec{u} + \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau}; \text{ Par identification on obtient : } \begin{cases} \text{sur } \vec{u} : \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} = \frac{v^2}{(R_T + h)} \\ \text{sur } \vec{\tau} : 0 = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = \text{cte} \end{cases}$$

La valeur de la vitesse de la station est constante donc le mouvement est uniforme.

1.3. D'après la question précédente, on a $\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} = \frac{v^2}{(R_T + h)}$ On en déduit que $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$.

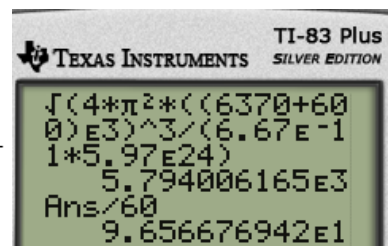
1.4. Pendant une période T, le satellite parcourt son orbite de longueur $2\pi(R_T + h)$ à la vitesse v, donc

$$T = \frac{2\pi \cdot (R_T + h)}{v}$$

1.5. Énoncé de la 3ème loi de Kepler : Le rapport du carré de la période de révolution par le cube du demi-grand axe de l'ellipse (ou du cube du rayon du cercle) est une constante qui ne dépend que du centre attracteur.

D'après la question 1.4 : $T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot (R_T + h)^2}{v^2}$ et d'après la q^u $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T}$

$$v^2 = \frac{G \cdot M_T}{R_T + h}; \text{ On en déduit que : } T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot (R_T + h)^2}{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}} = \frac{4\pi^2 \cdot (R_T + h)^3}{G \cdot M_T}$$



Finalement en posant $r = R_T + h$, le rayon de l'orbite on obtient

1.6. Pour calculer la valeur de T : R_T et h sont à exprimer en m.

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (R_T + h)^3}{G \cdot M_T}} \text{ A.N. : } T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \times ((6370 + 600) \times 10^3)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24}}} = 5,79 \times 10^3 \text{ s soit } 96,6 \text{ min}$$

2. Seconde partie : étude de la mise en orbite du télescope spatial James Webb

2.1. Décollage

2.1.1 Calcul du poids de la fusée : $P = M.g$ avec M la masse en kg. $P = 780 \times 10^3 \times 9,8 = 7,6 \times 10^6$ N

2.1.2 En appliquant la deuxième loi de Newton, dans le référentiel terrestre, et en supposant la masse M de la fusée constante : $\vec{P} + \vec{F} = M\vec{a}$

Par projection suivant l'axe vertical Oz orienté vers le haut, on a $P_z + F_z = M.a_z$

Soit $-M.g + F = M.a_z$ Puis $a_z = -g + \frac{F}{M}$

2.1.3 Calculons l'altitude après une durée de 10 s :

$$z(t=10s) = \frac{1}{2} \left(\frac{14,0 \cdot 10^6}{780 \cdot 10^3} - 9,8 \right) \times 10^2 = 4,1 \cdot 10^2 \text{ m}$$

2.1.4 Les forces de frottements ne sont pas négligeables : le travail résistant de ces dernières engendre une diminution de l'énergie mécanique de la fusée.

2.2. Au point L2, le télescope James WEBB sera dans l'ombre de la Terre et ne sera pas perturbé par la lumière issue du Soleil.

IV. Spécialistes seulement : Eau potable ou non ?

1. Questions préalables

1.1. Une eau potable est une eau qui peut être bue sans danger. Elle obéit à des normes.

1.2. Dans les conditions expérimentales, les étudiants ont effectué des dilutions en ajoutant une solution tampon de pH = 10,4. Or le pK_A du PNP vaut 7,2. Dans ces conditions expérimentales, $pH > pK_A$ alors le PNP est essentiellement sous forme de sa base conjuguée $C_6H_4NO_3^-$. *Remarque : Ne pas confondre forme (acide ou basique) avec l'état (solide, liquide, gazeux, aqueux).*

1.3. Sur le document 2, on constate que l'absorbance maximale du PNP sous forme acide (spectre 1) est inférieure à celle du PNP sous forme basique (spectre 2). Or l'erreur relative sur la mesure de l'absorbance est d'autant plus faible que la valeur de A est élevée. Il est donc préférable de travailler en solution basique, comme l'ont fait les étudiants. La longueur d'onde λ_{max} correspondant à l'absorbance maximale pour la forme basique est légèrement supérieure à 400 nm, ce qui justifie le choix d'une radiation visible pour les mesures de l'absorbance

1.4. Au cours de la dilution, la quantité de matière (la masse) se conserve. $C_0 \times V_i = C_i \times V$.

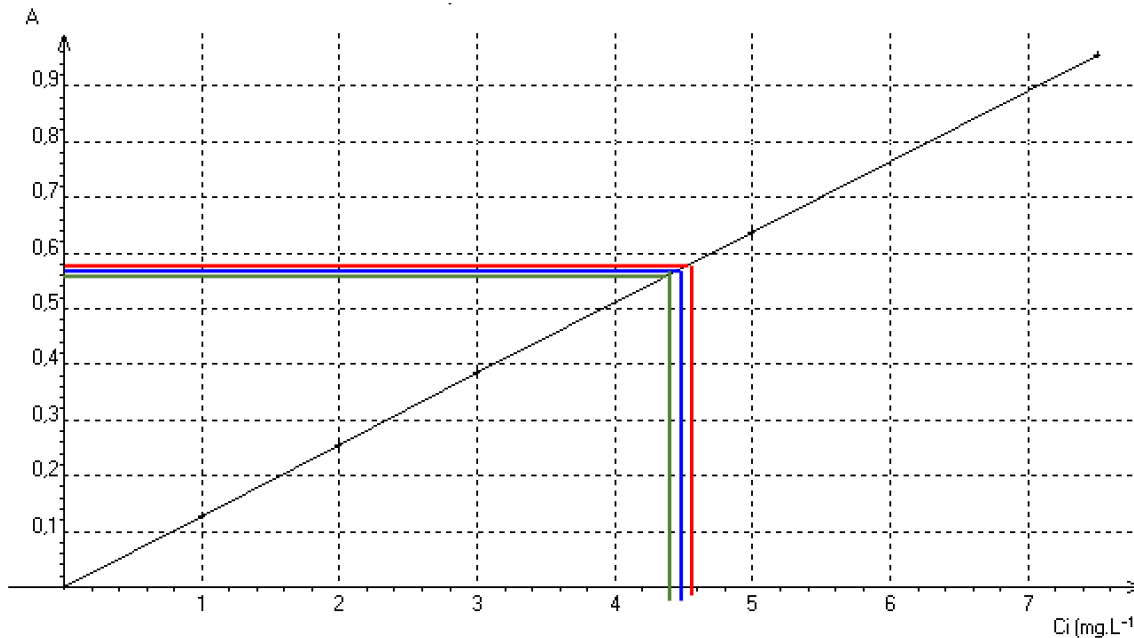
2. Résolution de problème

2.1. Conservation de la quantité de matière on a $C_i = \frac{V_i \cdot C_0}{V}$, avec les valeurs numériques on a $C_i = \frac{V_i \times 100}{100,0} = V_i$

Solution	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅
V_i (mL)	1,0	2,0	3,0	5,0	7,5
C_i (en mg.L ⁻¹)	1,0	2,0	3,0	5,0	7,5
A	0,128	0,255	0,386	0,637	0,955

2.2. L'eau analysée est-elle potable ?

À partir de leurs résultats expérimentaux, traçons la courbe représentative de l'absorbance en fonction de la concentration massique en PNP.



Cette courbe est une droite passant par l'origine, ce qui est conforme à la loi de Beer-Lambert.

Pour déterminer la concentration massique C' en PNP de la solution S' , on lit l'abscisse du point d'ordonnée $A' = 0,570$. On lit $C' = 4,5 \text{ mg.L}^{-1}$.

Cependant si l'on tient compte de l'incertitude égale à 0,010 sur A , on peut dire que $4,4 \leq C' \leq 4,6 \text{ mg.L}^{-1}$.

La solution S' a été obtenue en mélangeant 50,0 mL de solution S et 50,0 mL de solution tampon.

Solution mère : S

Solution fille : S'

$C = ?$

$4,4 \leq C' \leq 4,6 \text{ mg.L}^{-1}$

$V = 50,0 \text{ mL}$

$V' = 50,0 + 50,0 = 100,0 \text{ mL}$

$$C.V = C'.V' \quad \text{Soit } C = \frac{C'.V'}{V} \quad \frac{4,4 \times 100}{50,0} \leq C \leq \frac{4,6 \times 100}{50,0} ; \text{A.N. : } 8,8 \leq C \leq 9,2 \text{ mg.L}^{-1}$$

Cette solution S est 100 fois plus concentrée en PNP que l'eau avant évaporation donc $C_E = \frac{C}{100}$, où C_E est la

concentration massique en PNP de l'eau. $\frac{8,8}{100} \leq C_E \leq \frac{9,2}{100} \text{ mg.L}^{-1} . 88 \leq C_E \leq 92 \text{ } \mu\text{g.L}^{-1}$

Le seuil fixé par l'agence américaine de protection environnemental EPA est $60 \text{ } \mu\text{g.L}^{-1}$. La valeur obtenue expérimentalement pour l'eau étudiée est supérieure à ce seuil, **elle n'est donc pas potable sur le continent américain.**

Mais cette eau serait déclarée potable au Brésil, et enfin non potable en Europe !