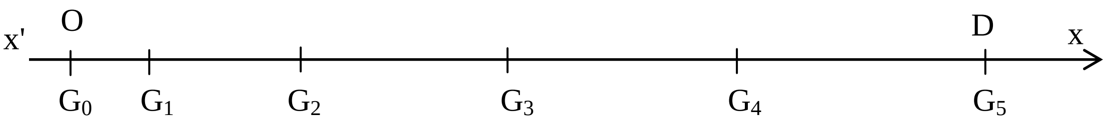
2005 Pondichéry EXERCICE II. MOUVEMENT D'UN PALET (5,5 points)

Partie 1 : propulsion du palet

Figure 3: position du centre d'inertie du palet (échelle 1)



1.1. - Vidéo

Vitesses V_{G2} et V_{G4} du palet aux points G_2 et G_4.

$$V_{G2} = \frac{G_1G_3}{2\tau} = \frac{4{,}7.10^{-2}}{2 \times 20{,}0.10^{-3}} = 1{,}2 \text{ m.s}^{-1}$$

$$V_{G4} = \frac{G_3G_5}{2\tau} = \frac{6{,}3.10^{-2}}{2 \times 20{,}0.10^{-3}} = 1{,}6 \text{ m.s}^{-1}$$

1.2. - Vidéo

Le vecteur accélération est égal à la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps :

$$\vec{a}_{G3} = \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \frac{\vec{V}_{G4} - \vec{V}_{G2}}{2\tau}$$

Les deux vecteurs vitesse étant colinéaires et de même sens on en déduit que la valeur de l'accélération est :

$$a_{G3} = \frac{V_{G4} - V_{G2}}{2\tau} = \frac{1{,}6 - 1{,}2}{2 \times 20.10^{-3}} = 10 \text{ m.s}^{-2}$$

Attention la formule ci dessus n'est valable que si les vecteurs sont colinéaires et de même sens !!

1.3. - Faire l'inventaire des forces qui s'appliquent au palet et les représenter sur un schéma.

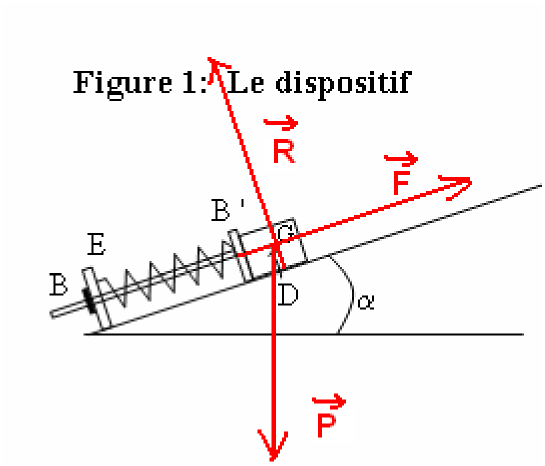
Les forces extérieures agissant sur le palet sont :

Son poids de valeur P

La force de rappel du ressort de valeur F

La réaction du plan de valeur R, perpendiculaire au plan car le mouvement s'effectue sans frottement :

Schéma :



1.4 Vidéo

Coordonnées des vecteurs forces dans le repère cartésien :

$$\vec{R} = R.\vec{j}$$

$$\vec{P} = -mg.\sin\alpha.\vec{i} - mg\cos\alpha.\vec{j}$$

$$\vec{F} = F.\vec{i}$$

1.5. - Seconde loi de Newton

Dans un référentiel galiléen, **la** somme vectorielle **des** forces extérieures **appliquée à un système matériel est** égale **à la** dérivée par rapport au temps **de sa** quantité de mouvement: $\Sigma\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m.\vec{v})}{dt}$

Dans ce cas particulier ou le système conserve une masse constante, la seconde loi devient:

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m.\vec{v})}{dt} = m.\frac{d(.\vec{v})}{dt} = m.\vec{a} = \vec{F} + \vec{P} + \vec{R}$$

$$\sum\vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m.\vec{a}$$

1.6 Vidéo

Expression de la valeur de la force de rappel F du ressort en fonction de m, g, a_G , α :

$$\sum\vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m.\vec{a}$$

$$-mg.\sin\alpha.\vec{i} - mg\cos\alpha.\vec{j} + F.\vec{i} + R.\vec{j} = m.\vec{a} = m.a_x.\vec{i} + ma_y.\vec{j}$$

Il n'y a pas de mouvement sur l'axe des y donc $a_y = 0$:

$$-mg\cos\alpha.\vec{j} + R.\vec{j} = ma_y.\vec{j} = \vec{0}$$

$$R = mg\cos\alpha$$

$$-mg.\sin\alpha.\vec{i} + F.\vec{i} = m.a_x.\vec{i}$$

$$-mg.\sin\alpha + F = m.a_x$$

$$F = mg.\sin\alpha + m.a_x$$

1.7 Valeur de F au point G_3

$$F = mg.\sin\alpha + m.a_x = 50x10^{-3}x10x\sin(28) + 50x10^{-3}x1 = 0,73N$$

1.8 Vidéo

Lorsque le palet quitte la butée il n'est plus soumis à la force F :

$F = mg.\sin\alpha + m.a_x$

$F = 0$

$0 = mg.\sin\alpha + m.a_x$

$a_x = -g.\sin\alpha$

1.9 Vidéo

Equations horaires du mouvement

$a_x = -g.\sin\alpha$ or $\dfrac{dv_x}{dt} = a_x$ donc $v_x = a_x.t + v_{x0} = -g\sin\alpha.t + v_{x0}$

$\dfrac{dx}{dt} = v_x$

$x = \dfrac{-g\sin\alpha.t^2}{2} + v_{x0}.t + x_o$

1.10 La bille commence a redescendre dans la gouttière quand sa vitesse sur l'axe des x est nulle :

$v_x = -g\sin\alpha.t + v_{x0} = 0$

$t = \dfrac{v_{x0}}{g\sin\alpha}$

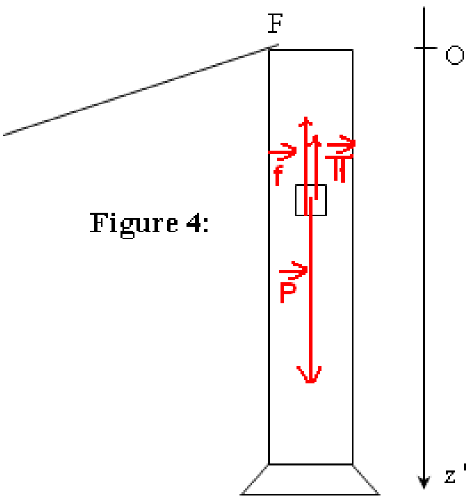


Figure 4:

Partie 3 : Chute du palet sans vitesse initiale.

3.1. - Inventaire des forces qui s'appliquent sur le palet pendant sa chute dans la glycérine :

Le palet est soumis à 3 forces :
Le poids de valeur P
La poussée d'Archimède de valeur π
La force de frottement de valeur f =k.V

3.2. - Vidéo

La somme des forces extérieures appliquées au palet est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{f} + \vec{\pi} = m.\vec{a}$$

$$m.g.\vec{k} - kV_z.\vec{k} - \pi.\vec{k} = m.a_z.\vec{k}$$

La valeur de la poussée d'Archimède est égale au poids du volume de glycérine déplacé, et $\vec{\pi} = -\vec{P}$

π = m(glycérine déplacée).g = $\rho.V_1.g$

$$m.g - kV_z - \rho.V_1.g = m.a_z = m.\frac{dv_z}{dt}$$

$$\frac{dv_z}{dt} = g - \frac{\rho.V_1.g}{m} - \frac{k}{m}V_z$$

3.3 Expression de A et B

$$\frac{dVz}{dt} = A - BVz$$

et

$$\frac{dv_z}{dt} = g - \frac{\rho.V_1.g}{m} - \frac{k}{m}V_z$$

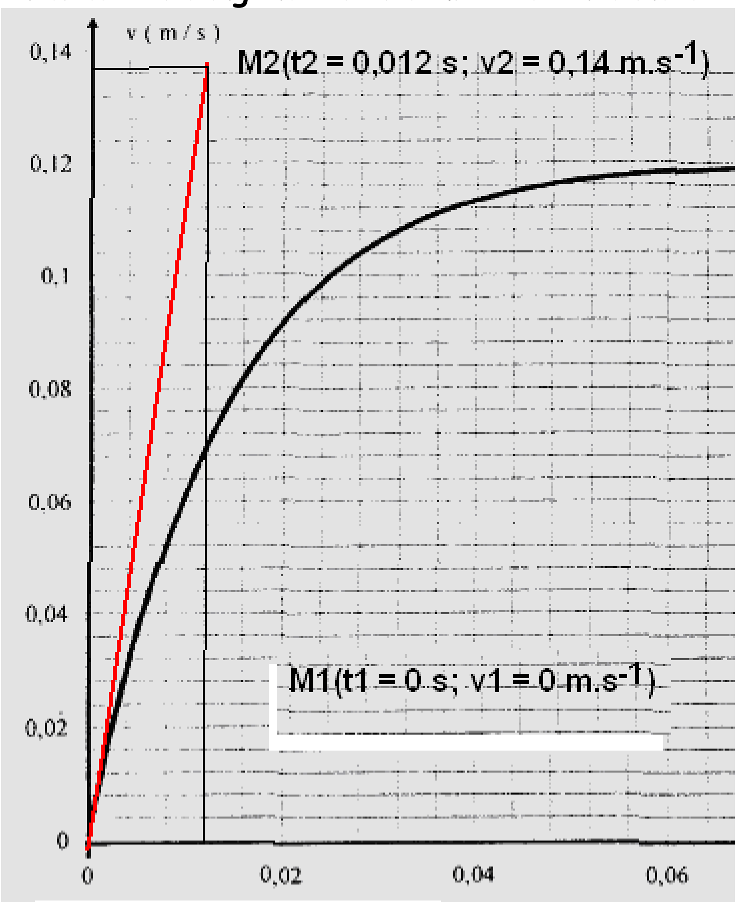
donc

$$A = g - \frac{\rho.V_1.g}{m} ; B = \frac{k}{m}$$

3.4. - Vidéo

L'accélération sur l'axe des z à l'instant t = 0 est égale à la dérivée de v_z par rapport au temps. Elle est égale à la pente de la tangente à la courbe à l'instant t = 0.

1) on trace la tangente à la courbe à l'instant t = 0



2) on prends 2 points de cette tangente et on détermine son cœfficient directeur :

$$a_z(0) = (\frac{dv_z}{dt})_0 = \frac{v2 - v1}{t2 - t1} = \frac{0,14}{0,012} = 12 \text{ m.s}^{-2}$$

3.5 A t = O graphiquement v_z(0 = 0 m.s^{-1} :

$$(\frac{dVz}{dt})_0 = A - BVz(0)$$

Vz(0) = 0

$$(\frac{dVz}{dt})_0 = A = 12 \text{ ms}^{-2}$$

Lorsque le régime permanent la vitesse ne varie plus donc a_z = 0 et graphiquement v $_z$ (max) = 0,12 m.s^{-1}

$$\frac{dVz}{dt} = A - BVz(max) = 0$$

$$B = \frac{A}{Vz(max)} = \frac{12}{0,12} = 100 \text{ s}^{-1}$$