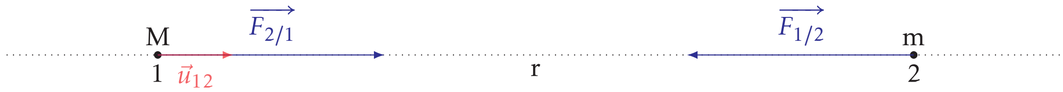
Chapitre 6

Champ de forces et mouvement

I Notion de champ

1 Champ de gravitation

Un objet de masse M exerce une **force de gravitation** sur un autre objet de masse m situé à une distance r telle que :



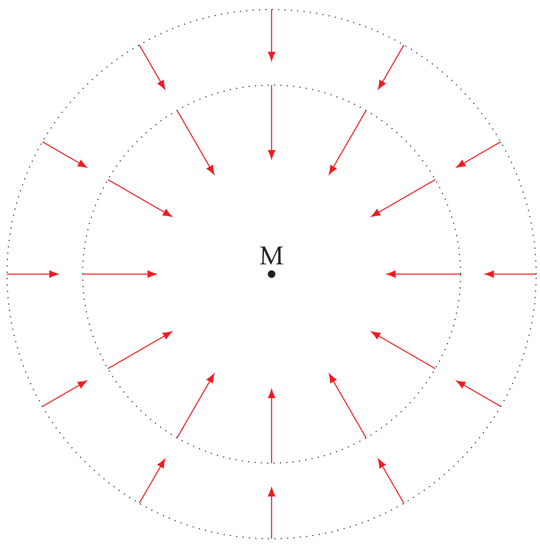
$$\boxed{\overrightarrow{F_{1/2}} = -G \times \frac{Mm}{r^2}\vec{u}_{12} = -\overrightarrow{F_{2/1}}}$$

Où $\vec{u}_{12}$ est un vecteur unitaire.

Que se passe-t-il s'il n'y a plus d'objet massique en 2 ?
Autrement dit : reste-t-il "quelque chose" de l'objet 1 de masse M, en 2 ?

La force de gravitation exercée par 1 sur 2, peut aussi être écrit sous la forme :

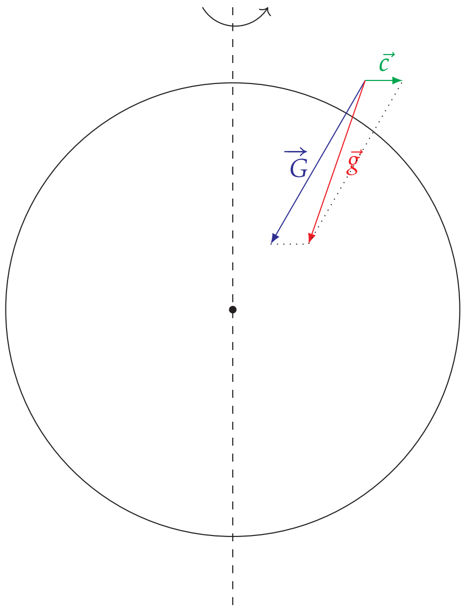
$$\overrightarrow{F_{1/2}} = m \times \underbrace{\left(-G \times \frac{M}{r^2}\overrightarrow{u_{12}}\right)}_{\overrightarrow{G(r)}}$$



Définition

$\overrightarrow{G(r)}$ est appelé vecteur champ de gravitation créé par l'objet massique M et ne dépend que de sa masse M et de la distance r.
Il existe même si rien n'est en 2 !
Il est centripète et à symétrie sphérique.
Sa valeur diminue avec le carré de la distance.

2 Champ de pesanteur



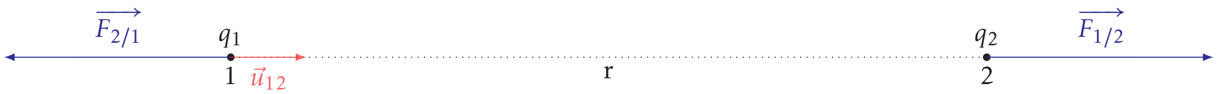
Les pieds posés à la surface de la Terre, le champ ressenti est légèrement différent du champ de gravitation à cause de la rotation de la Terre sur elle-même.
Le vecteur champ de gravitation passe par le centre de la Terre, mais il faut tenir compte de l'effet centrifuge de la rotation de la Terre.
Le vecteur champ de pesanteur est donc différent du vecteur champ de gravitation et ne passe plus par le centre de la Terre.

$$\vec{g} = \vec{G} + \vec{c}$$

Où $\vec{c}$ est dû à "l'effet centrifuge".

3 Champ électrique

Tout comme la force gravitation, deux charges électriques ponctuelles exercent l'une sur l'autre une force électrique telle que :



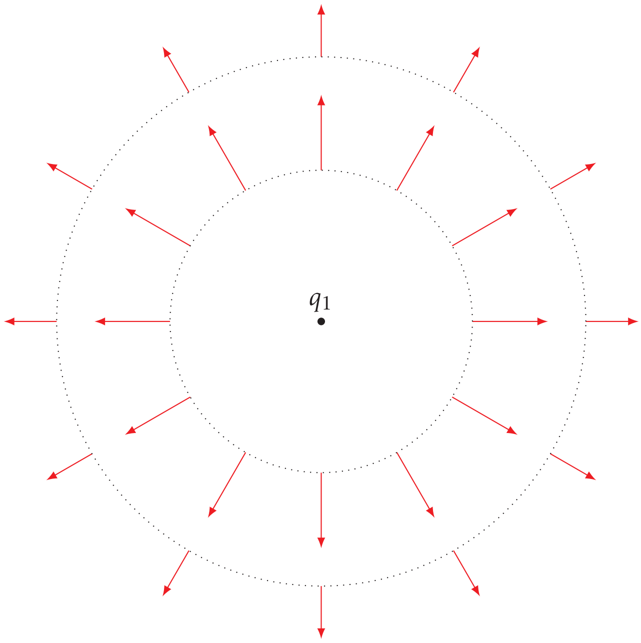
$$\boxed{\overrightarrow{F_{1/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{12} = -\overrightarrow{F_{2/1}}}$$

Où $\vec{u}_{12}$ est un vecteur unitaire.

Mais, à la différence de la force de gravitation, la force électrostatique peut-être répulsive si les charges électriques sont de même signe.

De la même manière, reste-t-il "quelque chose" de la charge 1 en 2 ?

À partir de l'équation, on peut écrire : $\overrightarrow{F_{1/2}} = q_2 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_1}{r^2} \vec{u}_{12} = q_2 \times \overrightarrow{E(r)}$



Définition

$\overrightarrow{E(r)}$ est appelé vecteur champ électrostatique créé par la charge q_1 et ne dépend que de sa charge q_1 et de la distance r.
Il existe même si rien n'est en 2 !
Il est centrifuge et à symétrie sphérique.
Sa valeur diminue avec le carré de la distance.

II Deuxième loi de Newton

On appelle résultante ($\sum \overrightarrow{F_{ext}}$) des forces extérieures agissant sur un système, la somme vectorielle de ces dernières.

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \cdots + \overrightarrow{F_n} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_i}$$

Définition

La résultante des forces extérieures agissant sur un système est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement de son centre d'inertie.

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

En mécanique classique, la masse d'un corps est invariante au cours du mouvement, donc :

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \underbrace{\frac{dm}{dt}}_{=0}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

La deuxième loi de Newton devient donc :

$$\boxed{\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}}$$

Dès qu'un objet suffit une résultante de force non nulle, le mouvement de son centre d'inertie ne sera plus rectiligne uniforme !

III Mouvements dans un champ de pesanteur uniforme

Définition

Un champ est uniforme si le vecteur champ se conserve en tout point de l'espace. Nous considérerons que c'est localement le cas pour le champ de pesanteur à la surface de la Terre.

Pour toute étude de mouvement d'un solide dans un champ de pesanteur uniforme, il sera nécessaire de :

- **Définir le référentiel d'éude**
- **Bien définir le système étudié.**
- **Effectuer un bilan exhaustif des actions extérieures agissant sur le système.**
- **Utiliser la deuxième loi de Newton.**

C'est parti !

- Référentiel : terrestre supposé galiléen le temps du lancer.
- Système : le solide considéré (un javelot par exemple).
- Bilan des actions extérieures : nous considérons la chute libre, c'est-à-dire que seul le poids agit sur le système (la poussée d'Archimède et les frottements dûs à l'air sont négligés.)
- Application de la deuxième loi de Newton :

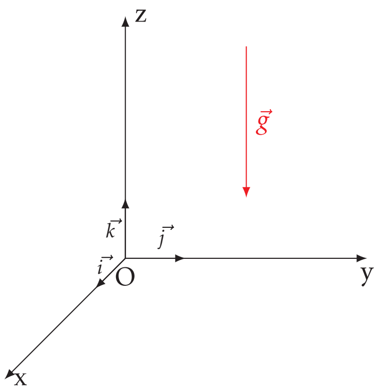
$$\vec{P} = m\vec{a}$$

Causes Conséquences

Deux vecteurs sont **égaux** si leurs **coordonnées** sont **égales**.
Dans le référentiel terrestre orthonormé, l'équation précédente s'écrit :

$$\vec{P}\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = m\vec{a}\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = m\vec{g}\begin{pmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{pmatrix}$$

1 Equations horaires.



La projection du vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$ permet d'obtenir ses coordonnées.

$$\begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = 0 \\ a_z = g_z = -g \end{cases}$$

Pour trouver les coordonnées du vecteur vitesse, il faut intégrer les équations :

$$\begin{cases} v_x(t) = a_x t + v_{0x} = v_{0x} \\ v_y(t) = a_y t + v_{0y} = v_{0y} \\ v_z(t) = a_z t + v_{0z} = -gt + v_{0z} \end{cases}$$

Ces équations sont valables pour toutes les dates et en particulier à la date $t = 0$ s, donc : $\begin{cases} v_x(0) = v_{0x} \\ v_y(0) = v_{0y} \\ v_z(0) = v_{0z} \end{cases}$

qui sont les coordonnés du vecteur vitesse à $t = 0$ s, obtenues par projections du vecteur vitesse $\vec{v}_0$ sur les trois axes.

Il faut intégrer une nouvelle fois pour trouver les équations horaires des coordonnées du vecteur position :

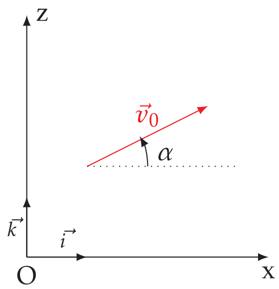
$$\begin{cases} x(t) = v_{0x}t + x_0 \\ y(t) = v_{0y}t + y_0 \\ z(t) = -g\dfrac{t^2}{2} + v_{0z}t + z_0 \end{cases}$$

où $\begin{cases} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{cases}$ sont les coordonnées de la position à $t = 0$ s.

Comment simplifier un peu ces équations ?

Comme chacun sait, un vecteur porté par une droite, appartient à un plan.

Ainsi, le physicien peut choisir le repère d'étude de manière à ce que le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ soit dans un plan simple, par exemple le plan $y(t) = 0$, c'est-à-dire :



$$\begin{cases} v_{x0} = v_0 \cos\alpha \\ v_{y0} = 0 \\ v_{z0} = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

Ainsi, les équations :

On a :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos\alpha \\ v_y(t) = a_y t + v_{0y} = 0 \\ v_z(t) = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

Cela devient :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos\alpha t + x_0 \\ y(t) = y_0 \\ z(t) = -g\dfrac{t^2}{2} + v_0 \sin\alpha t + z_0 \end{cases}$$

Définition

2 La trajectoire est le chemin suivi par le centre d'inertie du solide indépendamment de la date.

Il faut donc éliminer le temps des équations pour obtenir une équation de la forme $z = f(x)$.

D'après ($\boxed{1}$), $t = \dfrac{x - x_0}{v_0 \cos\alpha}$ qu'il suffit de remplacer dans $z(t)$:

$$z(x) = -g\frac{(x - x_0)^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha} + (x - x_0)\tan\alpha + z_0$$

Définition

3 La portée est distance horizontale parcourue par le solide pour la même altitude que le point de lancement.

Le plus simple est de choisir $z_0 = 0$ ce qui implique que pour $z(x) = 0$ on obtient :

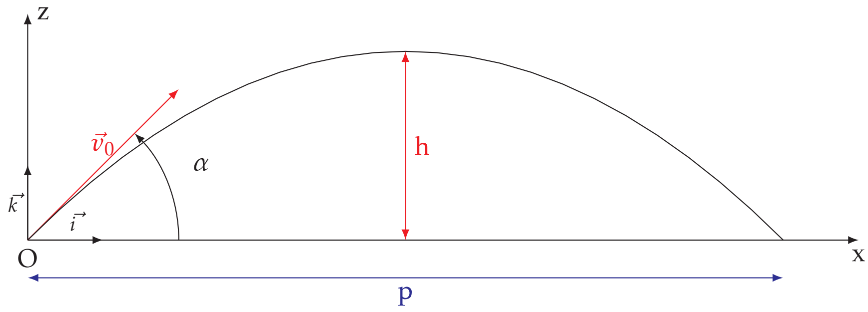
soit $x = 0$, soit $x_p = p = \dfrac{2v_0^2 \sin\alpha cos\alpha}{g} = \dfrac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$

Définition

La flèche est l'altitude la plus élevée par rapport au point de lancement.

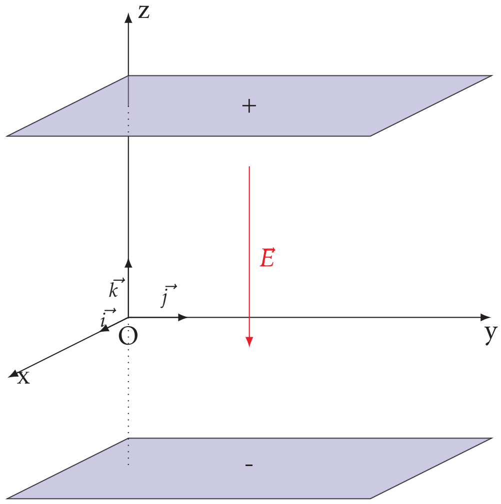
4

Un extrêmum est obtenu lorsque la dérivée de la fonction s'annule, donc, la flèche est atteinte quand $\dfrac{dz}{dx} = 0$, soit $h = z_{max} = \dfrac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$



IV Mouvements dans un champ électrique uniforme

Dans toute la suite, nous supposerons que le champ électrique $\vec{E}$ est uniforme en tout point de l'espace. (donc entre deux plaques métalliques chargées)



Une particule chargée (q) arrive, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$, dans une zone de l'espace où règne un champ électrique uniforme E.
Ecrire les équations horaires du mouvement, puis l'équation de la trajectoire.
On négligera les forces de frottements et le poids devant la force électrique.
On rappelle : $\vec{F} = q.\vec{E}$
Et $E = \dfrac{U}{d}$ si U est la tension électrique appliquée entre les plaques et d la distance qui les séparent.