

Science math A et B

Exercice 1 Chimie

Partie I

❶ Les coordonnées

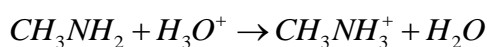
$$pH_E \approx 6,2$$

$$V_{AE} = 10\text{mL}$$

❷ A l'équivalence $n_B = n_A \Leftrightarrow C \cdot V_B = C_A \cdot V_{AE} \Leftrightarrow C = \frac{C_A \cdot V_{AE}}{V_B} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

❸ L'indicateur qui convient au dosage colorimétrique c'est bleu de bromothymol, car $6 \leq pH_E \leq 7,6$

❹ L'équation modélisant la réaction du dosage



❺

équation de la réaction		$\text{CH}_3\text{NH}_2 + \text{H}_3\text{O}^+ \rightarrow \text{CH}_3\text{NH}_3^+ + \text{H}_2\text{O}$				
état du système	avancement					
état initial	0	$C \cdot V_B$	$C_A \cdot V_A$		0	Excès
état intermédiaire	x	$C \cdot V_B - x$	$C_A \cdot V_A - x$		x	
état final	x_m	$C \cdot V_B - x_m$	$C_A \cdot V_A - x_m$		x_m	

On a la relation entre pH et pK_A

$$pH = pK_A + \log \left(\frac{[\text{CH}_3\text{NH}_2]}{[\text{CH}_3\text{NH}_3^+]}\right)$$

A $V_A < V_E$ le réactif limitant est les oxoniums H_3O^+ donc $x_m = C_A \cdot V_A$

$$n(\text{CH}_3\text{NH}_2) = C \cdot V_B - x_m = C \cdot V_B - C_A \cdot V_A$$

A l'équivalence on a $C \cdot V_B = C_A \cdot V_{AE}$

$$\text{donc } n(\text{CH}_3\text{NH}_2) = C_A \cdot V_E - C_A \cdot V_A = C_A (V_E - V_A)$$

$$\text{et } n(\text{CH}_3\text{NH}_3^+) = x_m = C_A \cdot V_A$$

alors

$$pH = pK_A + \log \left(\frac{C_A (V_E - V_A)}{C_A \cdot V_A} \right) \Leftrightarrow pH = pK_A + \log \left(\frac{V_E - V_A}{V_A} \right) \Leftrightarrow pH = pK_A + \log \left(\frac{V_E}{V_A} - 1 \right)$$

$$\Leftrightarrow pH = pK_A + \log \left(\frac{1}{y} - 1 \right)$$

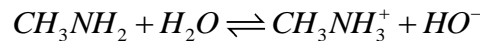
❻ La valeur de y pour que $pH = pK_A$

$$\text{On ait } pH = pK_A + \log \left(\frac{1}{y} - 1 \right) \Leftrightarrow \log \left(\frac{1}{y} - 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{y} - 1 = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{y} = 2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}$$

la valeur de pK_{A1}

on prend la valeur de pH quand $V_A = \frac{V_E}{2}$ on trouve $pH = 10,5$ alors $pK_{A1} = 10,5$

71



72 le taux d'avancement de la réaction

$$\tau = \frac{x_f}{x_m}$$

Quand l'eau en excès donc le réactif limitant est CH_3NH_2 et $x_m = CV$

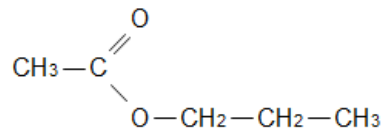
d'après le tableau d'avancement on a $x_f = n(HO^-)_f = [HO^-]_f \cdot V = \frac{K_e}{[H_3O^+]_f} \cdot V = 10^{pH-14} \cdot V$

$$\text{alors } \tau = \frac{10^{pH-14}}{C} = \frac{10^{11,4-14}}{2 \cdot 10^{-2}} = 12,5\%$$

On déduit que la réaction non totale

Partie II

1 La formule semi développe d'éthanoate de propyle



21 On a $x_{1/2} = \frac{x_f}{2}$ Et d'après le tableau d'avancement de la réaction on trouve que $x = [CH_3COO^-] \cdot V_T$

$$x_{1/2} = [CH_3COO^-]_{1/2} \cdot V_T \text{ Et } x_f = [CH_3COO^-]_f \cdot V_T$$

$$\text{Donc } [CH_3COO^-]_{1/2} = \frac{[CH_3COO^-]_f}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ mmol} \cdot L^{-1}$$

Graphiquement on trouve $(t_{1/2})_1 \approx 4,8 \text{ min}$

22 On a

$$(t_{1/2})' \approx 1,6 \text{ min}$$

la courbe correspondant a θ_2 c'est, (C') car $(t_{1/2})' < (t_{1/2})_1$

23 l'expression de la vitesse volumique on fonction de concentration $[CH_3COO^-]$

$$\text{on a } V = \frac{1}{v_T} \frac{dx}{dt} \text{ et } x = [CH_3COO^-] \cdot v_T \text{ alors } V = \frac{d[CH_3COO^-]}{dt}$$

$$V(0) = \frac{(2-3) \cdot 10^{-3}}{3,2-4,8} = 6,25 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

24 Expression de quotient de la reaction

$$Q_{r,t} = \frac{[CH_3COO^-]_t}{[HO^-]_t}$$

D'après le tableau d'avancement

$$[CH_3COO^-]_t = \frac{x}{V_T}$$

$$\text{et } [HO^-]_t = \frac{CV - x}{V_T} = \frac{C}{2} - [CH_3COO^-]_t \text{ donc } Q_{r,t} = \frac{[CH_3COO^-]_t}{\frac{C}{2} - [CH_3COO^-]_t}$$

$$Q_{r,t_{1/2}} = \frac{[CH_3COO^-]_{t_{1/2}}}{\frac{C}{2} - [CH_3COO^-]_{t_{1/2}}} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}} = 0,44$$

25 Le rendement de la réaction

$$r = \frac{n_{\text{exp}}}{n_{\text{th}}}$$

$$n_{\text{exp}} = x_f = [CH_3COO^-] \cdot V_T$$

et comme le mélange équimolaire donc $n_{\text{th}} = x_m = C \cdot V$

$$\text{Alors } r = \frac{[CH_3COO^-]_f \cdot V_T}{C \cdot V} = \frac{2[CH_3COO^-]_f \cdot V}{C \cdot V} = \frac{2[CH_3COO^-]_f}{C} = \frac{8 \cdot 10^{-3}}{10^{-2}} = 80\%$$

Exercice 2

1 La courbe (1) représentant l'aspect de la corde à l'instant t_1

2 B

$$31 \quad \lambda = 40 \text{ cm} \text{ et } T = 8 \cdot 10^{-2} \text{ s} \text{ et } v = \frac{\lambda}{T} = \frac{40 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 10^{-2}} = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

32 le retard temporel

$$v = \frac{SM}{\tau} \Leftrightarrow \tau = \frac{SM}{v} = \frac{80 \cdot 10^{-2}}{5} = 16 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$41 \quad [v] = \sqrt{\frac{[F]}{[\mu]}} = \sqrt{\frac{M \cdot L \cdot T^{-2}}{M \cdot L^{-1}}} = \sqrt{L^2 \cdot T^{-2}} = L \cdot T^{-1}$$

42 la corde n'est pas un milieu dispersif, car il ne dépend pas de la fréquence

$$43 \quad \text{on a } v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Leftrightarrow F = v^2 \cdot \mu = \lambda^2 \cdot N^2 \cdot \mu$$

$$F = v^2 \cdot \mu = \lambda^2 \cdot N^2 \cdot \mu$$

$$F' = v'^2 \cdot \mu = \lambda'^2 \cdot N^2 \cdot \mu$$

Donc

$$\lambda'^2 \cdot N^2 \cdot \mu = 2\lambda^2 \cdot N^2 \cdot \mu$$

$$\lambda'^2 = 2\lambda^2 \Leftrightarrow \lambda' = \sqrt{2} \cdot \lambda = 56,56 \text{ cm}$$

Exercice 3

Étude dipôle RC

11 Selon la loi d'additivité des tensions

$$u_{AB} + u_{R_1} = E \Leftrightarrow R_1 \cdot i + u_{AB} = E$$

$$\text{Et } i = \frac{dq}{dt} = C_{\text{eq}} \cdot \frac{du_{AB}}{dt} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot \frac{du_{AB}}{dt}$$

$$\text{donc } R_1 \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot \frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = E$$

12 on a

$$u_{AB}(t) = U_0(1 - e^{-\alpha t})$$

$$u_{AB}(t) = U_0 - U_0 e^{-\alpha t}$$

$$\frac{du_{AB}}{dt} = -U_0 \alpha e^{-\alpha t}$$

On remplace dans l'équation différentielle

$$-R_1 \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot U_0 \alpha e^{-\alpha t} + U_0 - U_0 e^{-\alpha t} = E$$

$$U_0 e^{-\alpha t} \left(-R_1 \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \alpha - 1 \right) = E - U_0$$

$$-R_1 \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \alpha - 1 = 0 \Leftrightarrow \alpha = -\frac{C_1 + C_2}{R_1 \cdot C_1 C_2}$$

et

$$E - U_0 = 0 \Leftrightarrow E = U_0$$

Et

$$U_0 \neq 0$$

13

131 $E = 24V$

$$\tau = \frac{R_1 C_1 C_2}{C_1 + C_2} \Leftrightarrow \tau(C_1 + C_2) = R_1 C_1 C_2 \Leftrightarrow \tau C_1 + \tau C_2 = R_1 C_1 C_2 \Leftrightarrow \tau C_1 - R_1 C_1 C_2 = -\tau C_2$$

132

$$\Leftrightarrow C_1 = \frac{\tau C_2}{R_1 C_2 - \tau} = \frac{0,2 \times 4}{1,5 \cdot 10^3 \times 4 \cdot 10^{-6} - 0,2} \approx 2 \mu F$$

14 On a

$$U_{AB} = U_{C1} + U_{C2} = U_{C1} + \frac{C_1}{C_2} U_{C1} = \left(\frac{C_2 + C_1}{C_2} \right) U_{C1}$$

$$\text{Donc } U_{C1} = \frac{C_2}{C_2 + C_1} U_{AB}$$

Par conséquent on a $q_1 = u_{C1} C_1$ donc

$$q_1(t) = \frac{C_1 C_2}{C_2 + C_1} U_{AB} = \frac{C_1 C_2}{C_2 + C_1} U_0 (1 - e^{-\alpha t})$$

Étude des oscillations électriques s

21 Selon la loi d'additivité des tensions

$$u_1 + u_2 + u_b = 0$$

On dérive la loi $\frac{d(u_1 + u_2 + u_b)}{dt} = 0 \Leftrightarrow \frac{du_1}{dt} + \frac{du_2}{dt} + \frac{du_b}{dt} = 0$

On a :

$$\frac{du_1}{dt} = \frac{du_{C1}}{dt} = \frac{i}{C_1} = \frac{u_2}{R_2 C_1}$$

et $\frac{du_2}{dt} = \frac{du_{R2}}{dt}$

$$\frac{du_b}{dt} = L \frac{d^2 i}{dt^2} + r \frac{di}{dt} = \frac{L}{R_2} \frac{d^2 u_2}{dt^2} + \frac{r}{R_2} \frac{du_2}{dt}$$

Donc l'expression de l'équation vérifie $u_2(t)$ est

$$\frac{L}{R_2} \frac{d^2 u_2}{dt^2} + \frac{r}{R_2} \frac{du_2}{dt} + \frac{du_{R_2}}{dt} + \frac{u_2}{R_2 C_1} = 0$$

$$\frac{L}{R_2} \frac{d^2 u_2}{dt^2} + \left(\frac{r}{R_2} + 1 \right) \frac{du_{R_2}}{dt} + \frac{u_2}{R_2 C_1} = 0$$

$$\frac{d^2 u_2}{dt^2} + \frac{r + R_2}{L} \frac{du_{R_2}}{dt} + \frac{u_2}{LC_1} = 0$$

22 la valeur de condensateur C_1

$$T_0 = T = 2\pi\sqrt{LC_1}$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 LC_1 \Leftrightarrow C_1 = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L} = 2 \cdot 10^{-6} F = 2\mu F$$

23 Selon la loi d'additivité des tensions

$$u_1 + u_2 + u_b = u_g$$

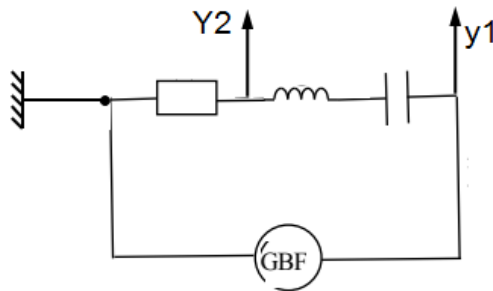
$$\frac{q}{C_1} + R_2 \cdot \frac{dq}{dt} + L \frac{di}{dt} + r \frac{dq}{dt} = k \frac{dq}{dt}$$

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{dq}{dt} (R_2 + r - k) + \frac{q}{C_1} = 0$$

Pour obtenir des oscillations maintenues il doit que $R_2 + r - k = 0$ et $\frac{dq}{dt} \neq 0$
donc $k = R_2 + r = 42\Omega$

Étude des oscillations force s

31



32 A la résonance on a $U_{AB} = Z \cdot I_m = (R + r) I_m$ Et $U_R = R \cdot I_m$

$$U_{AB} = Z \cdot I_m = (R + r) \frac{U_R}{R}$$

Donc $\frac{U_{AB}}{U_R} = 1 + \frac{r}{R} \Leftrightarrow \frac{r}{R} = \frac{U_{AB}}{U_R} - 1 \Leftrightarrow r = R \left(\frac{U_{AB}}{U_R} - 1 \right)$

$$r = R \left(\frac{U_{AB}}{U_R} - 1 \right) = 40 \left(\frac{5}{4} - 1 \right) = 10\Omega$$

33 La puissance moyenne dissipe

$$P_0 = (R + r) \cdot I^2 = (R + r) \cdot \left(\frac{U_{R_m}}{\sqrt{2}R} \right)^2 = 0,25W$$

Exercice 4

Partie I

Situation 1

❶ Le système a soumis a

\vec{P} le poids de corps

\vec{R} la réaction de plan incline

\vec{T} tension de ressort

Par application de 1^{ère} loi de newton

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$
$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$$

On projeté sur l'axe (Ox)

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$$
$$-mg \sin(\alpha) - K\Delta l_e = 0$$
$$\Leftrightarrow \Delta l_e = \frac{-mg \sin(\alpha)}{K}$$

❷❶ L'expression de l'énergie potentielle

de l'énergie potentielle de pesentateur

$$E_{pp} = mgz + C \text{ et } E_{pp}(0) = mgz_0 + C = 0 \Leftrightarrow C = 0 (z_0 = 0)$$

$$E_{pp} = mgz = mgx \sin(\alpha)$$

de l'énergie potentielle élastique

$$E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot \Delta l^2 + C \text{ avec } C = 0$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot (\Delta l_e + x)^2$$

Donc

$$E_p = E_{pp} + E_{pe} = mgx \sin(\alpha) + \frac{1}{2} K \cdot (\Delta l_e + x)^2 = mgx \sin(\alpha) + \frac{1}{2} K \Delta l_e^2 + xK\Delta l_e + \frac{1}{2} Kx^2$$

A l'équilibre on a : $-mg \sin(\alpha) = K\Delta l_e$ donc $E_p = mgx \sin(\alpha) + \frac{1}{2} K \Delta l_e^2 - mgx \sin(\alpha) + \frac{1}{2} Kx^2 = \frac{1}{2} K (\Delta l_e^2 + x^2)$

❷❷ l'équation différentielle

$$E_m = E_p + E_c = \frac{1}{2} K (\Delta l_e^2 + x^2) + \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$$

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2} K (\Delta l_e^2 + x^2)\right)}{dt} + \frac{d\left(\frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right)}{dt} = 0$$

$$K \cdot x \cdot \frac{dx}{dt} + m \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

$$\frac{dx}{dt} \left(m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + K \cdot x \right) = 0$$

Avec $\frac{dx}{dt} \neq 0$ et $m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + K \cdot x = 0 \Leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m} \cdot x = 0$

❷❸ on trouver l'expression de la vitesse

$$V(t) = \frac{dx}{dt} = -Xm \left(\frac{2\pi}{T_0} \right) \sin \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right)$$

On détermine la valeur de φ

$$V(0) = -Xm \left(\frac{2\pi}{T_0} \right) \sin(\varphi) = 0 \Leftrightarrow \sin(\varphi) = 0 \Leftrightarrow \varphi = 0$$

$$\text{Alors } V(t) = -Xm \left(\frac{2\pi}{T_0} \right) \sin \left(\frac{2\pi}{T_0} t \right)$$

Lorsque le corps passe de position d'équilibre la vitesse prend une valeur maximale

$$\text{Dans notre cas le corps va vers le sens positif donc } V > 0 \text{ alors } V = Xm \left(\frac{2\pi}{T_0} \right) = d \cdot \sqrt{\frac{K}{m}} = 0,632 m.s^{-1}$$

Situation B

① Le système a soumis a

\vec{P} le poids de corps

Par application de 2^{ème} loi de Newton

$$\begin{aligned} \vec{P} &= m \cdot \vec{a}_G \\ \Leftrightarrow \vec{a}_G &= \vec{g} \end{aligned}$$

On projette sur les axes de repère

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

Par intégration

$$\vec{V}_G \begin{cases} V_{1x} = C \\ V_{1y} = -gt + C' \end{cases}$$

en utilisant les conditions initiales, on trouve l'expression des constantes

$$\begin{cases} C = V_{01} \cos(\alpha) \\ C' = V_{01} \sin(\alpha) \end{cases} \text{ donc } \vec{V}_G \begin{cases} V_{1x} = V_{01} \cos(\alpha) \\ V_{1y} = -gt + V_{01} \sin(\alpha) \end{cases}$$

Par intégration

$$\vec{OG} \begin{cases} x_1(t) = V_{01} \cos(\alpha)t + C \\ y_1(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{01} \sin(\alpha)t + C' \end{cases}$$

en utilisant les conditions initiales, on trouve l'expression des constantes

$$\begin{cases} C = 0 \\ C' = 0 \end{cases} \text{ donc } \vec{OG} \begin{cases} x_1(t) = V_{01} \cos(\alpha)t \\ y_1(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{01} \sin(\alpha)t \end{cases}$$

② L'expression de l'équation de trajectoire

À partir de l'expression $x_1(t) = V_{01} \cos(\alpha)t$ on élimine le temps t on obtient $t = \frac{x_1}{V_{01} \cdot \cos(\alpha)}$

On remplace t en $y_1(t)$ on trouve

$$y_1 = \frac{-1}{2}g \cdot \frac{x_1^2}{V_{01}^2 \cdot \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) \cdot x_1$$

③ On calcule la portée x_P

Au point P on a $\begin{cases} x_{P1} = OP \\ y_{P1} = 0 \end{cases}$ donc

$$y_{P1} = \frac{-1}{2} g \cdot \frac{x_{P1}^2}{V_{01}^2 \cdot \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) \cdot x_{P1} = 0$$

$$x_{P1} \left(\frac{-1}{2} g \cdot \frac{x_{P1}}{V_{01}^2 \cdot \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) \right) = 0$$

$$x_{P1} \neq 0 \text{ et } \frac{-1}{2} g \cdot \frac{x_{P1}}{V_{01}^2 \cdot \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) = 0$$

$$\frac{-1}{2} g \cdot \frac{x_{P1}}{V_{01}^2 \cdot \cos^2(\alpha)} = -\tan(\alpha)$$

$$x_{P1} = \frac{V_{01}^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g} = 34 \text{ cm}$$

On a $x_{11} < x_{P1} < x_{12}$ donc le corps (S) tombe dans la cuve d'eau

Partie II

①①

$$P_0 = m \cdot g_0 \text{ Et } F_{T/S} = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$\text{on a } P_0 = F_{T/S} \text{ donc } g_0 = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$\text{①② } M_T = \frac{g_0 R_T^2}{G} = \frac{9,8 \cdot (6400 \cdot 10^3)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

②

②① Par application de 2^{eme} loi de newton sur (S) on trouve que

$$\vec{F}_{T/S} = m_s \cdot \vec{a}_s \Leftrightarrow \vec{a}_s = \frac{G}{m_s} \cdot \frac{M_T \cdot m_s}{(R_T + h)^2} \vec{n}$$

$$\vec{a}_s = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \vec{n}$$

On projeté sur la normale on trouve :

$$\frac{V_s^2}{R_T + h} = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \Leftrightarrow V_s^2 = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)} \quad (1)$$

$$\text{Comme on le mouvement de (S) est circulaire uniforme donc } V_s = (R_T + h) \cdot \omega_s = (R_T + h) \cdot \left(\frac{2\pi}{T_s} \right) \quad (2)$$

D'après (1) = (2) on trouve

$$(R_T + h)^2 \cdot \left(\frac{2\pi}{T_s} \right)^2 = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)} \Leftrightarrow \frac{T_s^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T}$$

②② Calculons la valeur de la masse de terre

$$M_T = \frac{4\pi^2}{G \cdot T_s^2} (R_T + h)^3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$