

Les lois de Newton



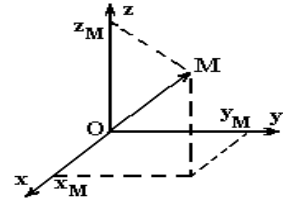
1. Repérer un point M d'un mobile dans un repère d'espace

Le vecteur position \vec{OM} permet de repérer le point M dans l'espace par rapport à un référentiel choisi pour l'étude.

$$\vec{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k} \text{ ou } \vec{OM} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$OM = \|\vec{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} : \text{module du vecteur position}$$

Les fonctions $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ sont les équations horaires du mouvement



2. Vecteur vitesse

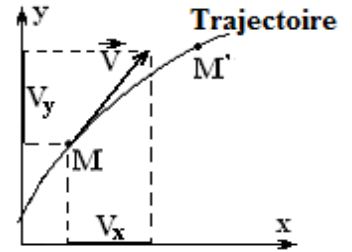
Le vecteur vitesse \vec{V} est défini comme la dérivée première du vecteur position par rapport au temps.

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

Caractéristiques du vecteur vitesse en un point M :

- Direction : toujours tangente à la trajectoire au point M
- Sens : toujours dans le sens du mouvement
- Intensité (module ou valeur) : V et dont l'unité est m/s ou $m.s^{-1}$

$$\vec{V} = V_x.\vec{i} + V_y.\vec{j} + V_z.\vec{k} \text{ ou } \vec{V} \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} \quad v = \|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} : \text{module du vecteur vitesse}$$



NB:

La relation entre vecteur est bien identique à la relation entre composantes sur les axes.

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \text{ alors } V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad \text{et} \quad V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \quad \text{et} \quad V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$$



Calculer la vitesse par la méthode d'encadrement :

$$V_{M_i} = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2.\tau}$$

| | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| M ₀ | M ₁ | M ₂ | M ₃ | M ₄ | M ₅ |
| | | | | | |

• La vitesse au point M₁:
 $V_{M_1} = \frac{M_0M_2}{2.\tau} = \frac{2.5 \times 10^{-2}}{2 \times 50 \times 10^{-3}} = 0.25 m/s$

• La vitesse au point M₃:
 $V_{M_3} = \frac{M_2M_4}{2.\tau} = \frac{4.5 \times 10^{-2}}{2 \times 50 \times 10^{-3}} = 0.45 m/s$

3. Vecteur accélération :

Le vecteur accélération \vec{a} est défini comme la dérivée première de la vitesse \vec{V} soit la dérivée seconde du vecteur position.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} : \text{Vecteur accélération et a s'exprime en } m.s^{-2}$$

$$\vec{a} = a_x.\vec{i} + a_y.\vec{j} + a_z.\vec{k} \text{ ou } \vec{a} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \quad a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} : \text{module du vecteur accélération}$$

NB:

La relation entre vecteur est bien identique à la relation entre composantes sur les axes

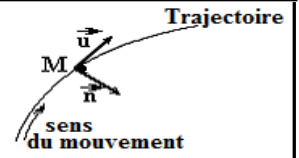
$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} \text{ alors } a_x = \frac{dV_x}{dt} = \dot{V}_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \quad \text{et} \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \dot{V}_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \quad \text{et} \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = \dot{V}_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z}$$

4. La base locale de Frénet (Repère du point) :

La base de Frénet (M, \vec{u}, \vec{n}) n'a pas des vecteurs fixes contrairement à la base du repère catésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, elle suit le mouvement donné par le système.

(M, \vec{u}, \vec{n}) : repère de Frenet tel que :

- La position du mobile en M est l'origine du repère.
- \vec{u} : Vecteur unitaire tangent à la trajectoire au point M et dirigée toujours dans le sens du mouvement (de même sens que la vitesse \vec{V}).
- \vec{n} : Vecteur unitaire normal à la trajectoire au point M et dirigé vers le centre de courbure de la trajectoire.



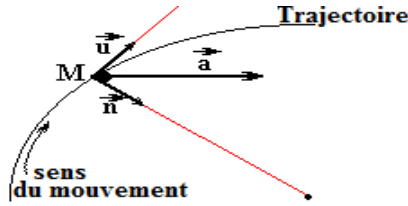
5. Expression de l'accélération \vec{a} dans le repère de Frenet (Repère du point) :

$$\vec{a} = a_T \cdot \vec{u} + a_n \cdot \vec{n} \quad \text{et} \quad a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_u^2 + a_n^2}$$

$$a_T = \frac{dV}{dt} : \text{accélération tangentielle}$$

$$a_n = \frac{V^2}{\varphi} : \text{accélération normale}$$

φ : rayon de courbure

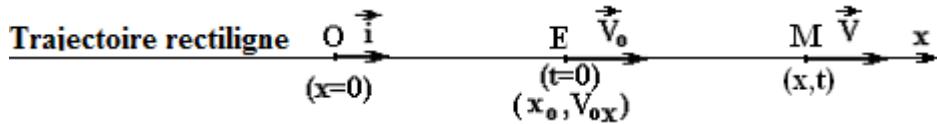


NB :

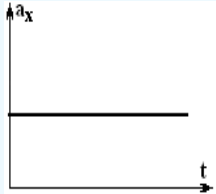
Dans le cas d'un mouvement circulaire le rayon de courbure φ est identique au Rayon R de la trajectoire circulaire

6. Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)

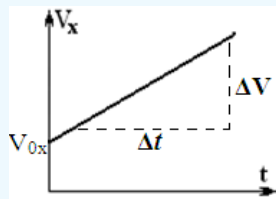
Le mouvement du centre d'inertie est rectiligne uniforme si la trajectoire est rectiligne et si le vecteur accélération est constant $\vec{a}_G = \vec{C}^{te}$



L'accélération est Constante non nulle
 $a_x = C^{te} \neq 0$



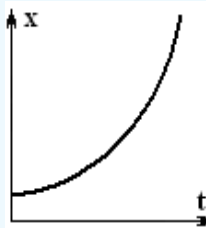
La vitesse est constante
 $V_x(t) = a_x \cdot t + V_{0x}$



V_{0x} : la coordonnée du vecteur vitesse sur l'axe Ox à l'instant $t=0$

Equation horaire du mouvement

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_x \cdot t^2 + V_{0x} \cdot t + x_0$$



V_{0x} : la coordonnée du vecteur vitesse sur l'axe Ox à l'instant $t=0$
 x_0 : l'abscisse à l'instant $t=0$

Enregistrement

La distance entre deux points successifs varie
 $M_i M_{i+1} \neq C^{te}$

La vitesse varie

$$V_{M_i} = \frac{M_{i-1} M_{i+1}}{2 \cdot \tau}$$

NB :

Dans un mouvement rectiligne, vauz mieux choisir l'axe (Ox par exemple) parallèle (ou bien confondu) à la trajectoire

Le vecteur vitesse est parallèle à l'axe Ox et $V_y=0$ Le vecteur accélération est parallèle à l'axe Ox et $a_y=0$

****** Montrer que $V_B^2 - V_A^2 = 2 \cdot a_x \cdot (x_B - x_A)$:

Les lois de Newton

1. Forces intérieures et Forces extérieures

- Préciser le système à étudié
- Les **forces extérieures** dues à des interactions avec des objets qui n'appartiennent pas au système.
- Les **forces intérieures** dues à des interactions entre les constituants du système.

2. Référentiels galiléens

- Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel la première loi de Newton (Principe d'inertie) est vérifiée
- Soit R, un référentiel galiléen. Tout référentiel R' en translation rectiligne uniforme par rapport à R est considéré comme un référentiel galiléen
- **Référentiel de Copernic** : L'origine du référentiel de Copernic est au centre de masse du système solaire (composé du Soleil, et des objets célestes gravitant autour de lui). Ses axes pointent vers des étoiles lointaines fixes.

3. La 1^{ère} loi de Newton (Principe d'inertie)

$\sum \vec{F} = \vec{0}$: le système est isolé ou pseudo isolé On peut en déduire que $\vec{a}_G = \vec{0}$ et $\vec{V}_G = \vec{C}^{te}$ par conséquent :

- Le mobile est au repos (immobile) $V_G = 0$
- Le centre de gravité du mobile est en mouvement rectiligne uniforme $V_G = Cte \neq 0$

Énoncé : Dans un référentiel galiléen un système ponctuel isolé ou pseudo-isolé est soit immobile ou animé d'un mouvement rectiligne uniforme

NB :

Un solide isolé mécaniquement n'est soumis à aucune force. Un solide pseudo-isolé mécaniquement est soumis à des forces qui se compensent à chaque instant.

4. La 2^{ème} loi de Newton (Théorème de centre d'inertie TCI)

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$$

Énoncé : dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des force extérieures exercées sur un système ponctuel est égale au produit de la masse du système par le vecteur accélération \vec{a}_G de son centre de gravité

Lorsque $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G = \vec{0}$ alors $\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt} = 0$: le vecteur \vec{v}_G est constant. On retrouve le principe d'inertie.

Remarque :

L'accélération du centre d'inertie G d'un solide est toujours colinéaire à la somme des forces appliquées

5. La 3^{ème} loi de Newton (Principe d'action et de réaction ou principe des actions réciproques)

Énoncé : si un système A exerce une force $\vec{F}_{A/B}$ sur un système B alors le système B exerce aussi sur le système A une force $\vec{F}_{B/A}$ ayant même droite d'action, même valeur, même direction mais un sens opposé et donc : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

La 3^{ème} loi de Newton

- Est valable pour tous les états de mouvement ou de repos d'un mobile
- Est valable pour toutes les forces, qu'elles s'exercent à distance ou par contact.
- Permet d'écrire que, dans un système matériel, la somme des forces intérieures est nulle,



Comment exploiter la 2^{ème} loi de Newton

En règle générale, la 2^{ème} loi de Newton sert à déterminer le mouvement d'un point matériel ou d'un système de points, connaissant les forces qui s'appliquent à ce point.

Pour résoudre un problème de dynamique en utilisant la 2^{ème} loi de Newton, la méthode est toujours la même :

1. Préciser le système à étudier
2. Faire le bilan de toutes les forces qui agissent sur le point matériel étudié (ou le centre d'inertie de l'objet étudié).
 - 2.1. Forces de contact
 - 2.2. Forces à distance
3. Faire un schéma précis et suffisamment grand pour pouvoir y représenter (tant que c'est possible) toutes les forces dont les caractéristiques bien connues.
Exemples : le poids \vec{P} et \vec{R} la réaction d'un plan quand les frottements sont négligeables
4. Choisir un référentiel galiléen. Il faut toujours préciser le référentiel d'étude, c'est fondamental

NB :

Attention pour les mouvements rectilignes et le repère de Frenet pour les mouvements curvilignes

5. Ecrire la relation vectorielle de la 2^{ème} loi de Newton $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$
6. Projeter chacune de ces forces sur les axes du référentiel (Se rappeler de la définition de la projection d'un vecteur sur un axe d'un référentiel)

NB : La relation entre vecteur est bien identique à la relation entre composantes sur les axes

- 6.1. Sur l'axe Ox : $\sum F_x = m \cdot a_x$
- 6.2. Sur l'axe Oy : $\sum F_y = m \cdot a_y$

7. Répondre !!!

Remarque :

La projection peut se faire sur un axe ou l'autre ou les deux à la fois, ça dépend de la nature de la question (pas de priorité pour le choix de l'axe Ox)