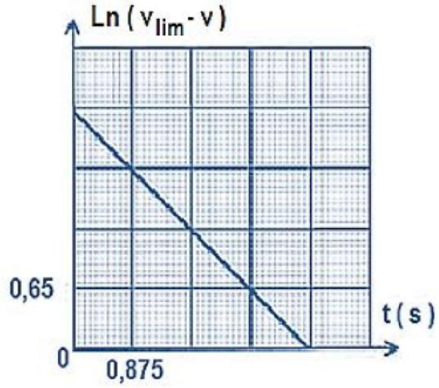
EX 01

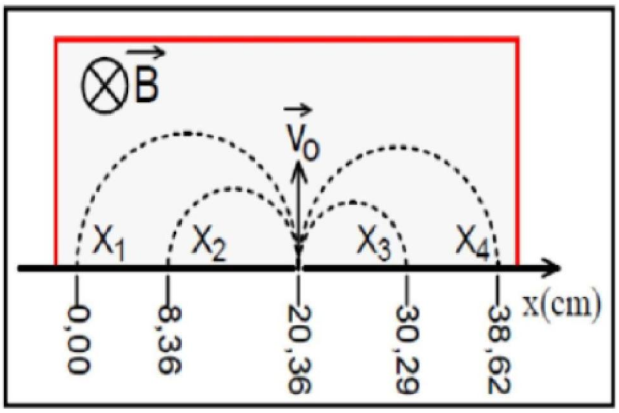
On lâche verticalement vers le bas une bille légère, de masse m, sans vitesse initiale dans un gaz . Le mouvement, qui est étudié suivant un axe (OZ) descendant lié à un référentiel terrestre, se fait avec frottement gaz de forme f = kv ou k est une constante positive qui vaut $3{,}57.10^{-2}$ SI et v la vitesse de la bille à un instant quelconque. **La poussée d'Archimède est négligeable**. On note : $\tau = m/k$ le temps caractéristique du mouvement de la bille .**Pour tout calcul on se limite à deux chiffres après la virgule !**



1. Enoncer clairement la deuxième loi de Newton
2. Déterminer par les équations aux dimensions les unités de g et k.
3. Trouver l'équation différentielle vérifiée par la vitesse de la bille lors de sa chute.
4. Déterminer l'expression de la vitesse limite de la bille en fonction de m ,g et k .
5. Vérifier que $v(t) = v_{lim}(1- e^{\frac{-k}{m}t})$ est la solution de l'équation différentielle précédemment trouvée.
6. En déduire que : $Ln(v_{lim} - v) = (-1/\tau)\, t + Ln\, v_{lim}$.
7. Déterminer graphiquement : τ et v_{lim} .
8. En déduire la masse m de la bille.
9. Déterminer la vitesse de la bille à t = 0,875s .

EX 02

Pour identifier des ions désignés par X_1 ; X_2 ; X_3 et X_4, portant chacun une charge de valeur absolue **|q|=e** (la charge peut être **positive** ou **négative**), on les introduit successivement dans une région où règne un champ magnétique **B** uniforme avec la même vitesse initiale v_0 (voir figure). Les trajectoires obtenues sont représentées sur la figure à côté.



On peut montrer que le mouvement d'une particule de masse **m** et de charge **q** de vitesse initiale v_0 **perpendiculaire** au vecteur champ magnétique uniforme **B** est un mouvement circulaire uniforme, de rayon **R**:

1. Montrer que : $R = \dfrac{m.\vartheta_0}{|q|.B}$
2. En exploitant la figure :

   2.1 Déterminer le signe de la charge portée par chaque particule : X_1 , X_2 ,X_3 , X_4 .

2.2 Calculez les rayons : R_1 , R_2 , R_3 et R_4 respectivement des particules X_1 , X_2 ,X_3 et X_4 .

2.3 Identifier ces particules parmi les ions de la liste suivante : $^{39}K^+ ; ^{23}Na^+ ; ^{35}Cl^- ; ^{19}F^-$

3. Sachant que $\vartheta_0 = 10^5 m/s$. Trouver B la norme du vecteur champ magnétique.

Données : La charge élémentaire : $e = 1,6.10^{-19} C$

La masse d'un élément ^AX : $m = A(u)$ Avec u l'unité de masse atomique et A nombre de masse.

EX 03

On assimile la voiture à un solide (S) de masse $m = 1300$ kg et de centre d'inertie G.
Lors d'un test de freinage, la voiture se déplace sur une route horizontale. Elle freine lorsque sa vitesse atteint la valeur $v_0 = 100\ km.h^{-1}$ puis s'arrête après avoir parcouru la distance d_A (figure 1).

Figure 1

On suppose que la voiture subie au cours de cette phase une force $\vec{F}$ horizontale constante ayant le sens contraire du mouvement ($\vec{F}$ représente la résultante des forces de freinage et de frottements).
La trajectoire de G est rectiligne.
Pour étudier le mouvement de G on choisit un repère $(O,\vec{i})$ lié à la Terre considéré comme galiléen.
L'instant de début du freinage, pour lequel $x_G = x_0 = 0$, est choisi comme origine des dates $t_0=0$.

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'expression de l'accélération de G s'écrit : $a_G = -\dfrac{F}{m}$.
En déduire la nature du mouvement de G.

2. Le graphe de la figure (2) représente les variations de la vitesse instantanée $v_G(t)$ de G durant la phase de freinage.

2.1. Déterminer graphiquement :

a. la durée t_A de la phase de freinage;

b. l'accélération a_G de G.

2.2. Écrire l'équation horaire $x_G(t)$ du mouvement de G.

2.3. Déterminer la distance d'arrêt d_A .

2.4. Calculer l'intensité de la force $\vec{F}$.

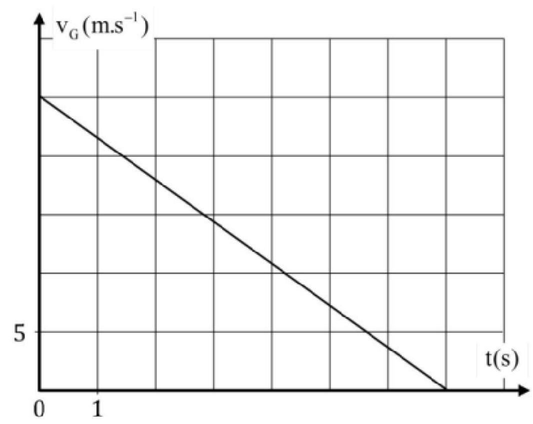


Figure 2

EX 04

Dans l'industrie, on minimise les frottements entre les pièces mécaniques en utilisant des huiles dont l'une des caractéristiques fondamentales est la viscosité. On souhaite déterminer expérimentalement la viscosité d'une huile d'un moteur Shell HELIX HX5. Le graphe ci-dessous obtenu par une étude expérimentale, représente l'évolution de la vitesse d'une balle dans une huile d'un moteur en fonction du temps.

On donne :

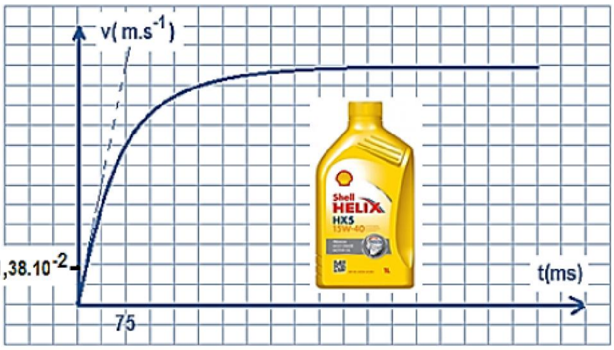
La balle : masse m = 37,5 g ; $\rho = 1026\ kg.m^{-3}$.

L'huile : $\rho' = 911\ kg.m^{-3}$.

La forces des frottements fluides f = k.v où v est la vitesse de la balle et k est une constante positive.

La poussée d'Archimède F_A vaut le poids de l'huile déplacée.

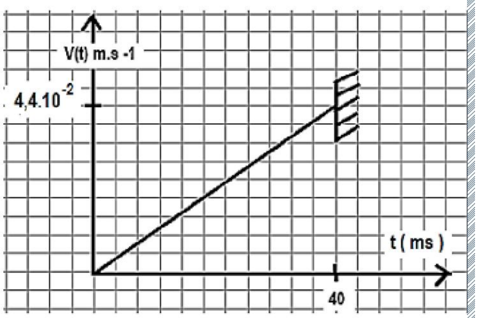
L'étude du mouvement de la balle est effectuée selon un axe vertical (Oz) dirigé vers le bas où l'origine est confonde avec la position du début de la chute de la balle .On prend : $g = 9{,}8 m.s^{-2}$.



1. Enoncer clairement la deuxième loi de Newton après avoir défini le référentiel galiléen. **(1pt)**
2. En appliquant la 2ème loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du mouvement de la balle est la suivante :
$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} . v = 1{,}1 \quad \textbf{(1,5pt)}$$
3. Déterminer **graphiquement** la valeur de l'accélération initiale a_0 , le temps caractéristique $\tau = m/k$ et la vitesse limite de la balle enregistrée en régime permanent . **(0,75pt)**
4. Déduire de l'équation différentielle la valeur de k en précisant son unité par les équations aux dimensions. **(0,75pt)**
5. On peut modéliser la force de frottement fluide précédente $\vec{f}$, par une formule dite ***formule de Stockes*** données par la relation suivante : $f = 6\eta R v$ avec η la viscosité de l'huile du moteur, son unité : Pa.s , R = 2cm rayon de la balle, et v sa vitesse. Trouver la valeur de la viscosité η. **(0,75pt)**
6. La méthode d'Euler permet d'estimer par le calcul la valeur de la vitesse de la balle en fonction du temps. Nous obtenons des valeurs consignées dans le tableau ci-dessous. Trouver les valeurs manquantes a_0, v_3 et a_3 sachant que :
$$a_i = 1{,}1 - 13{,}3.v_i \quad \textbf{(0,75pt)}$$

t(s)	$\frac{dv}{dt}(m.s^{-2})$	$v(m.s^{-1})$
0	**?**	0
0,04	0,5148	0,0440
0,08	0,2355	0,0655
0,12	**?**	**?**

7. Entre l'état initial et t = 40ms , on peut considérer que la vitesse de la balle est une fonction linéaire et sa courbe est quasiment confondue avec la tangente à la courbe précédente à t = 0 comme le montre le graphe ci-contre .



7.1. Déterminer l'expression de v(t). **(0,5pt)**

7.2. Déduire a_z la valeur de l'accélération du mouvement de la balle. **(0, 5pt)**

7.3. Quelle est donc la nature du mouvement de la balle ? **(0,5pt)**

7.4. Déterminer z(t) l'équation horaire du mouvement de la balle . **(0,5pt)**

7.5. Quelle est la distance parcourue par la balle entre l'état initial et t = 40ms ? **(0,5pt)**

EX 05

Un ouvrier de chantier se trouvant sur un échafaudage lâche, sans vitesse initiale, son marteau, de masse m, dont le centre d'inertie G se trouve à une hauteur $h=9\,m$ par rapport au niveau du sol.

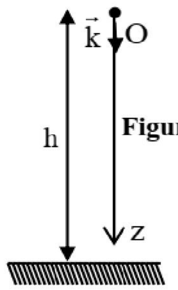


Figure1

On néglige les frottements.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du marteau dans le repère $R(O,\vec{k})$ lié à un référentiel terrestre considéré galiléen (figure 1).

A l'instant $t=0$ le centre d'inertie G du marteau coïncide avec l'origine O (figure 1).

Donnée : Intensité de la pesanteur : $g=10\,m.s^{-2}$.

Les dimensions du marteau sont négligeables devant la hauteur h.

1- Définir la chute libre.

2- En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'accélération du mouvement de G est indépendante de la masse m.

3- En déduire l'équation de la vitesse $v(t)$ et l'équation horaire $z(t)$ du mouvement de G.

4- Calculer la durée Δt du mouvement du marteau pour atteindre le sol.

5- Calculer la valeur de la vitesse de G à son arrivée au sol.

EX 06

Mouvement de rotation d'une machine:

Un disque homogène d'une meule, de moment d'inertie $J_\Delta=10^{-3}\,kg.m^2$, tourne à la vitesse angulaire $\omega=900\,tr.min^{-1}$ autour d'un axe (Δ) perpendiculaire au plan du disque et passant par son centre d'inertie.

1- Exprimer cette vitesse en $rad.s^{-1}$.

2- Le graphe de la figure 2 représente les variations de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ en fonction du temps lors de la phase de freinage jusqu'à l'arrêt de cette meule.

On choisit le début du freinage comme origine des dates ($t=0$) et comme origine des abscisses angulaires ($\theta=0$) à cet instant.

2-1- Quelle est la nature du mouvement du disque pendant cette phase ?

2-2- Indiquer la durée Δt de la phase de freinage.

2-3- Montrer que l'accélération angulaire $\ddot{\theta} = -2\,rad.s^{-2}$ pendant cette phase de freinage.

2-4- Ecrire l'équation horaire du mouvement du disque de la meule pendant la phase de freinage.

2-5-Pendant la phase de freinage, le disque est soumis à un couple de moment $\mathcal{M}_c$ constant.

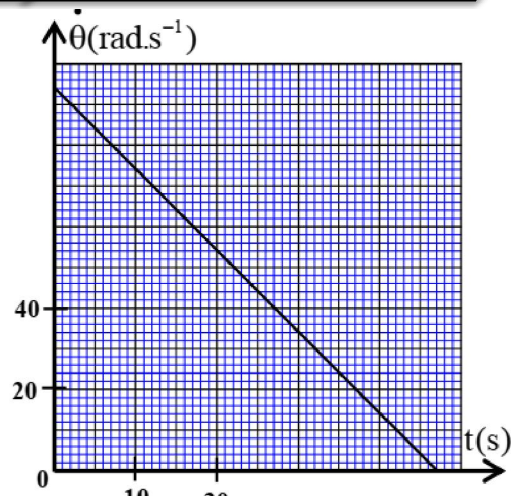


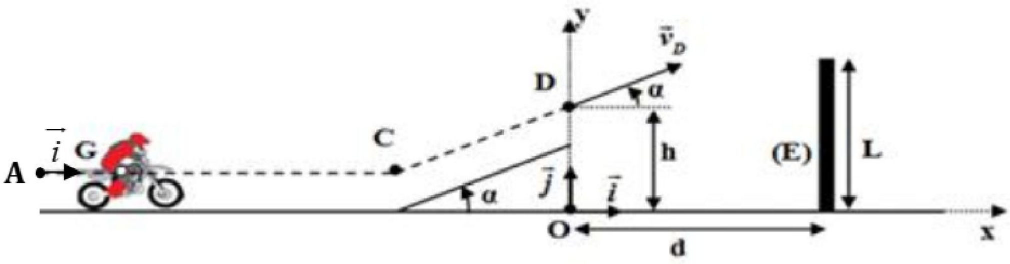
Figure 2

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de la rotation autour d'un axe fixe, déterminer le moment $\mathcal{M}_c$ du couple de freinage.(la somme des moments des autres actions est nulle).

EX 07

Un cascadeur, sur sa moto, décide de sauter au dessus d'un obstacle vertical.
On se propose d'étudier, dynamiquement , le mouvement du centre d'inertie du système mécanique, constitué par le cascadeur et sa moto, sur une piste d'essai .

La piste d'essai est constituée d'une partie rectiligne horizontale AC, d'une partie rectiligne CD inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal et d'une zone de chute comportant un obstacle (E) , de hauteur L, situé à une distance d de l'axe vertical passant par le point D (voir figure ci-dessous).



Données :

- La masse totale du système: $m = 250\,kg$;
- La distance $AC = 98\,m$;
- La hauteur de l'obstacle : $L = 20\,m$;
- La distance entre l'obstacle et l'axe Oy : $d = 30\,m$;

On néglige tous les frottements.

1. Etude du mouvement du système sur la partie horizontale AC

Le système démarre à l'instant $t_0=0$ sans vitesse initiale, d'une position où son centre d'inertie G coïncide avec le point A .

Au cours de son mouvement, le système est soumis à une force motrice horizontale constante d'intensité $F=1000\,N$ ayant le même sens du mouvement. La trajectoire de G est rectiligne.

Pour étudier le mouvement de G entre les points A et C, on choisit le repère $(A,\vec{i})$ lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen. A $t_0=0$, on a : $x_G = x_A = 0$.

1.1- En appliquant la deuxième loi de newton, montrer que le mouvement de G est rectiligne uniformément varié et que la valeur de l'accélération du mouvement est $a_G = 4\,m.s^{-2}$.

1.2- Déterminer les expressions numériques de:

a- la vitesse instantanée $v_G(t)$;

b- l'équation horaire $x_G(t)$ du mouvement de G .

1.3- Trouver la durée Δt mise par G pour parcourir la distance AC.

2. Etude du mouvement du système durant la phase du saut

Le système quitte la piste inclinée au point D avec une vitesse $\vec{v}_D$ formant un angle α avec le plan horizontal, pour sauter au dessus de l'obstacle (E) (voir figure ci-dessus).

On étudie le mouvement de G dans le champ de pesanteur uniforme dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ lié à la terre considéré comme galiléen.

Les expressions numériques des équations horaires $x_G(t)$ et $y_G(t)$ du mouvement parabolique de G dans le repère choisi sont : $x_G(t) = 19,8.t$ (m) et $y_G(t) = -4,9.t^2 + 19,8.t + 10$ (m) .

2.1- Trouver l'équation de la trajectoire de G dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

2.2- Montrer que le centre d'inertie G du système passe au dessus de l'obstacle E.