EXERCICE 1 | 30 min

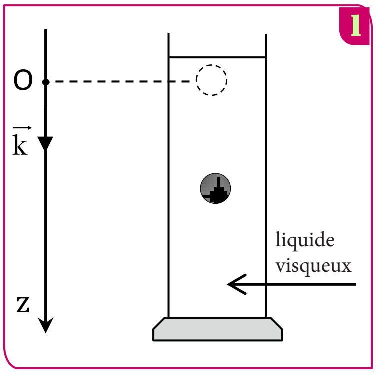
L’étude de la chute d’un corps solide homogène dans un liquide visqueux , permet de déterminer quelques grandeurs cinématiques et la viscosité du liquide utilisé .

On remplie un tube gradué avec un liquide visqueux et transparent de masse volumique ρ et on y fait tomber une bille homogène de masse m et de centre d’inertie G sans vitesse initiale à l’instant t = 0 .

On étudie le mouvement de G par rapport à un référentiel terrestre supposé galiléen .

On repère la position de G à l’instant t par la cote z sur l’axe $\overrightarrow{Oz}$ vertical orienté vers le bas .

On considère que la position de G est confondue avec l’origine de l’axe $\overrightarrow{Oz}$ à l’origine des dates et que la poussée d’Archimède $\overrightarrow{F_A}$ n’est pas négligeable par rapport aux autres forces exercées sur la bille .



On modélise l’action du liquide sur la bille au cours du mouvement par la force de frottement $\vec{f} = -k.\vec{v}_G$ avec $\vec{v}_G$ le vecteur vitesse de G à l’instant t et k un coefficient constant positif .

Données :

- rayon de la bille : $r = 6.10^{-3}$ m
- masse de la bille : $m = 4{,}1.10^{-3}$ kg .

On rappelle que l’intensité de la poussée d’Archimède est égale à l’intensité du poids du volume du liquide déplacé .

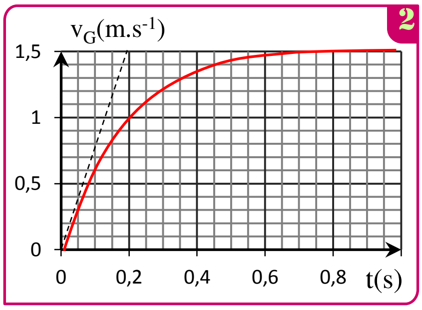
❶ En appliquant la deuxième loi de Newton , montrer que l’équation différentielle du mouvement de G s’écrit sous la forme : $\frac{dv_G}{dt} + Av_G = B$ en déterminant l’expression de A en fonction de k et m et

❷ l’expression de B en fonction de l’intensité de la pesanteur g , ρ et V le volume de la bille .

Vérifer que l’expression $v_G = \frac{B}{A}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l’équation différentielle , avec $\tau = \frac{1}{A}$ le temps caractéristique du mouvement .

❸ Écrire l’expression de la vitesse limite V_{lim} du centre d’inertie de la bille en fonction de A et B .

❹ On obtient à l’aide d’un équipement informatique adéquat le graphe de la figure 2 qui représente les variations de la vitesse v_G en fonction du temps , déterminer graphiquement les valeurs de V_{lim} et τ .



t (s)	v_G $(m.s^{-1})$	a $(m.s^{-2})$
0	0	7,57
0,033	0,25	a_1
0,066	v_2	5,27

❺ Déterminer la valeur du coefficient k .

❻ Le coefficient k varie avec le rayon de la bille et le coefficient de viscosité η selon la relation k = 6πηr , déterminer la valeur de η du liquide utilisé dans cette expérience .

❼ L’équation différentielle du mouvement de G s’écrit : $\frac{dv}{dt} = 7{,}57 - 5v$ en utilisant la méthode d’Euler et les données du tableau , déterminer les valeurs a_1 de et v_2 .

EXERCICE 2 — 30 min

L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement de chute verticale d'une bille métallique dans l'air et dans un liquide visqueux.

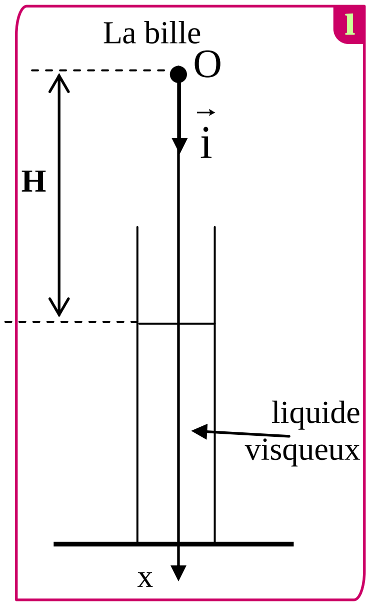
Donnée :

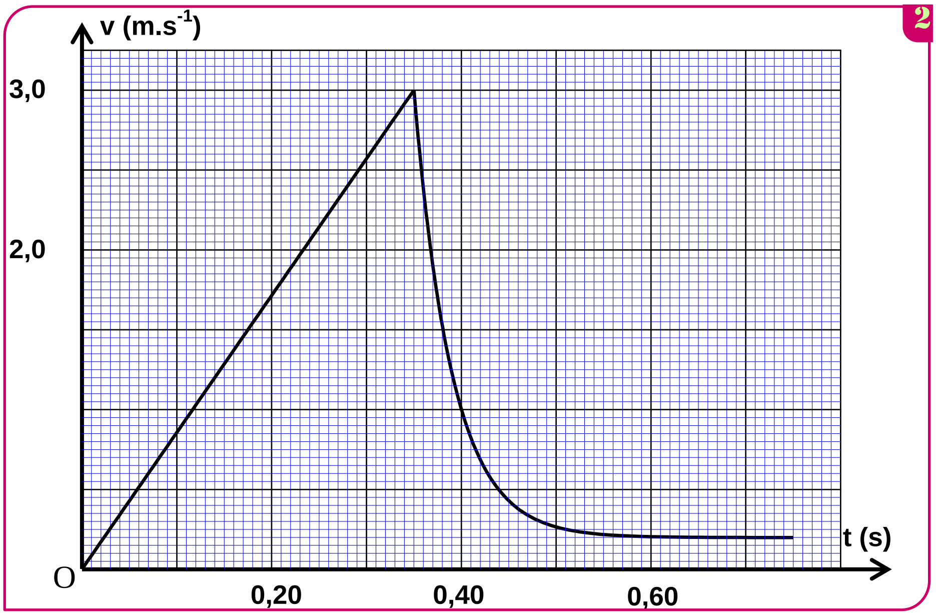
- La masse volumique de la bille : $\rho_1 = 2{,}70.10^3$ kg.m^{-3} ;
- La masse volumique du liquide visqueux : $\rho_2 = 1{,}26.10^3$ kg.m^{-3} ;
- Le volume de la bille : $V = 4{,}20.10^{-6}$ m^3
- Accélération de la pesanteur : $g = 9{,}80$ m.s^{-2}

A l'instant t=0 on libère la bille d'un point O confondu avec son centre d'inertieG .

Le point O se trouve à une hauteur H de la surface libre du liquide visqueux qui se trouve dans un tube transparent vertical (figure 1).

La courbe de la figure (2) représente l'évolution de la vitesse v du centre d'inertie G de la bille au cours de sa chute dans l'air et dans le liquide visqueux.





1- Etude du mouvement de la bille dans l'air.

On modélise l'action de l'air sur la bille au cours de sa chute par une force verticale $\vec{R}$ d'intensité R constante .

On néglige le rayon de la bille devant la hauteur H .

Le centre d'inertie de la bille atteint la surface libre du liquide visqueux à un instant t_1 avec une vitesse v_1 .

❶ En appliquant la deuxième loi de Newton , exprimer R en fonction de V ,ρ_1 , g , v_1 et t_1 .

❷ En exploitant la courbe v=f(t) , calculer la valeur de R .

2- Etude du mouvement de la bille dans le liquide visqueux .

La bille est soumise pendant sa chute dans le liquide visqueux , en plus de son poids aux forces :

- Poussée d'Archimède : $\vec{F} = -\rho_2.V.g.\vec{i}$
- Force de frottement visqueux : $\vec{f} = -k.v.\vec{i}$ avec k constante positive .

On modélise l'évolution de la vitesse v du centre d'inertie de la bille, dans le système international des unités, par l'équation différentielle $\frac{dv}{dt} = 5{,}2 - 26.v$ (1)

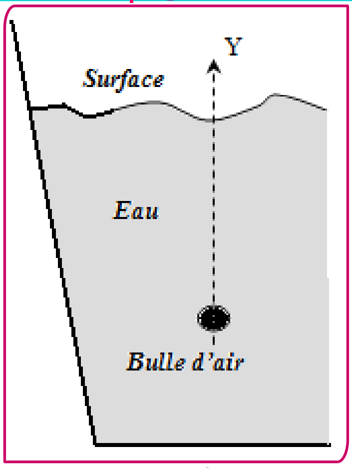
❶ Trouver l'équation différentielle littérale vérifiée par la vitesse v du centre d'inertie de la bille en fonction des données du texte.

❷ En utilisant l'équation aux dimensions, déterminer la dimension de la constante k. Calculer la valeur de k

❸ sachant que la vitesse du centre d'inertie de la bille dans le liquide visqueux à un instant t_i est $v_i = 2{,}38$ m.s^{-1} ; établir à l'aide de la méthode d'Euler que l'expression de la vitesse de G à l'instant $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ est : $v_{i+1} = (1 - 26\Delta t).v_i + 5{,}20\Delta t$ avec Δt le pas du calcul .

Calculer v_{i+1} dans le cas où Δt = 5,00 ms.

EXERCICE 3 | 30 min



Une bulle d'air produite par un plongeur au fond d'un lac d'eau calme remonte verticalement à la surface. Cette petite bulle s'est formée sans vitesse initiale à l'origine du temps. Elle possède un volume noté V et un rayon noté R tous deux supposés constants durant la remontée. La bulle d'air est soumise, entre autre, à une force de frottement fluide d'intensité $f = k \times v$ avec v la vitesse de la bulle. La masse volumique de l'air sera notée ρ' et celle de l'eau ρ.

❶ Préciser la direction, le sens et l'expression de toutes les forces s'exerçant sur la bulle durant sa remontée en fonction de g, V, v, k, ρ' et ρ.

❷ Etablir l'équation différentielle régissant la vitesse de la bulle d'air et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme : $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot v = B$. Exprimer τ et B en fonction de g, V, k, ρ' et ρ.

❸ Rechercher à l'aide de cette équation différentielle l'expression de la vitesse limite v_L de la bulle en fonction de τ et B. Détailler les explications et les calculs.

❹ Déterminer l'expression donnant le rayon R de la bulle d'air en fonction de η, v_L, g, ρ' et ρ et calculer ce rayon sachant que la vitesse limite atteinte par la bulle lors de sa remontée est de 15,0 m·min^{-1}.

❺ La solution de cette équation différentielle peut se mettre sous la forme : $v(t) = \alpha \cdot e^{-\frac{1}{\tau} \cdot t} + \beta$

❻ Montrer que cette solution peut s'écrire : $v(t) = v_L\left(1 - e^{-\frac{1}{\tau} \cdot t}\right)$

A l'aide de cette expression de la vitesse en fonction du temps, retrouver, en détaillant le calcul, la valeur initiale de la vitesse de la bulle d'air.

❼ Montrer que l'expression de $v(t)$ conduit à la vitesse limite v_L après une durée importante.

❽ A l'aide des observations précédentes tracer l'allure de la courbe représentative de v = f(t).

❾ Montrer que pour une durée t = 5 × τ on peut considérer que la bulle a atteint sa vitesse limite v_L.

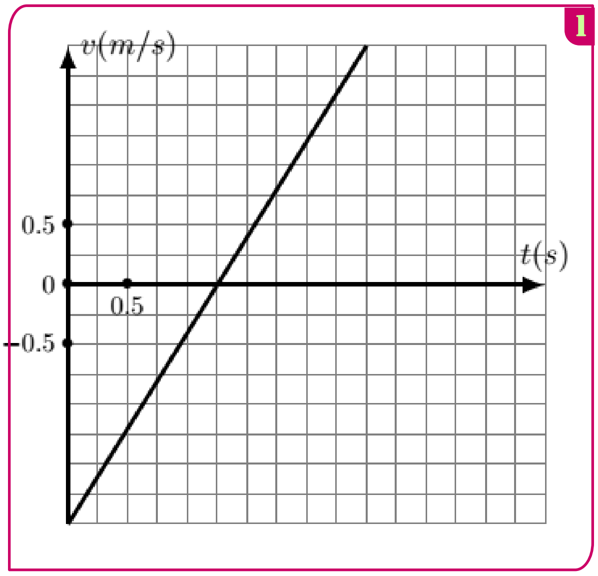
Données :

- k = 6π × η × R
- viscosité de l'eau η = 1,0 × 10^{-3} S.I.
- Intensité du champ de pesanteur g = 9,8 N·kg^{-1}
- Masse volumique de l'air : ρ' = 1,3 kg·m^{-3}
- Masse volumique de l'eau : ρ = 1000 kg·m^{-3}
- Volume d'une sphère: V = 4/3 × π × R^3

EXERCICE 4 | 30 min

En exploitant un film réalisé lors d'une mission Appolo, on a enregistré le mouvement vertical du centre d'inertie G d'un solide en chute libre sur la lune . On repère l'évolution de la vitesse v de G au cours du temps suivant un axe vertical orienté vers le bas .

L'exploitation de cet enregistrement conduit au graphique ci-dessous . la date t=0 correspond au début de l'enregistrement .



❶ Quelle est la valeur de l'accélération de G lors du mouvement ?

❷ Quelle est la valeur de la vitesse initiale ?

❸ Dans quel sens le mobile a -t-il été lancé ?

❹ Le solide est lancé d'un point dont dont l'abscisse a pour valeur z_0= 0.5m

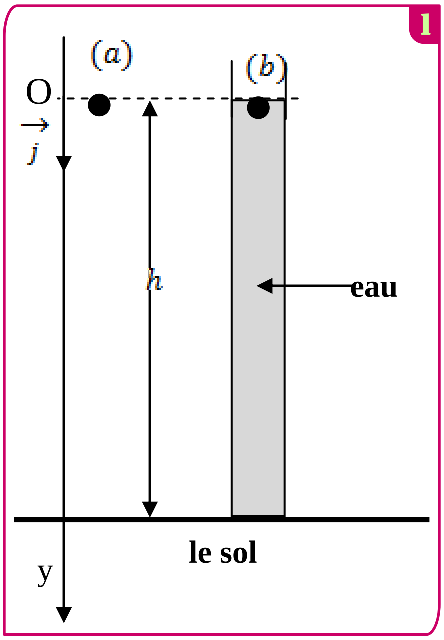
a. Établir l'expression de la vitesse de G enfonction du temps avec les valeurs numériques précédemment déterminées.

b. Établir ensuite l'expression de l'abscisse z en fonction de temps t .

EXERCICE 1 — 35 min

Zakaryae chriki et Myriam ont décidé de vérifier expérimentalement la déduction de Newton, pour cela ils ont utilisé deux billes en verre (a) et (b) ayant le même volume V et la même masse m .

Ils abandonnent les deux billes au même instant $t=0$ et sans vitesse initiale d'une même hauteur h du sol (fig 1) **.**



- Zakaryae chrikia lâché la bille (a) dans l'air
- Myriam a lâché la bille (b) dans un tube transparent contenant de l'eau de hauteur h (fig 1).

A l'aide d'un dispositif convenable Zakaryae et Myriam ont obtenu les résultats suivants :

- La bille (a) atteint le sol à l'instant $t_a = 0,41s$;
- La bille (b) atteint le sol à l'instant $t_b = 1,1\,s$.

Données : accélération de la pesanteur $g = 9,80 m.s^{-2}$;

$m = 6,0.10^{-3} kg$; $V = 2,57.10^{-6} m^3$;

la masse volumique de l'eau $\rho = 1000 kg.m^{-3}$.

On suppose que la bille (a) n'est soumise au cours de sa chute dans l'air qu' à son poids.

La bille (b) est soumise au cours de sa chute dans l'eau à :

- Son poids d'intensité $P = mg$; - La poussé d'Archimède d'intensité $F_A = \rho.g.V$;

- La force de frottement fluide d'intensité $f = K.v^2$ avec K une constante positive et v vitesse du centre d'inertie de la bille .

1- Étude du mouvement de la bille (a) dans l'air

❶Établir l'équation différentielle que vitrifie la vitesse du centre d'inertie de la bille (a) au cours de la chute**.**

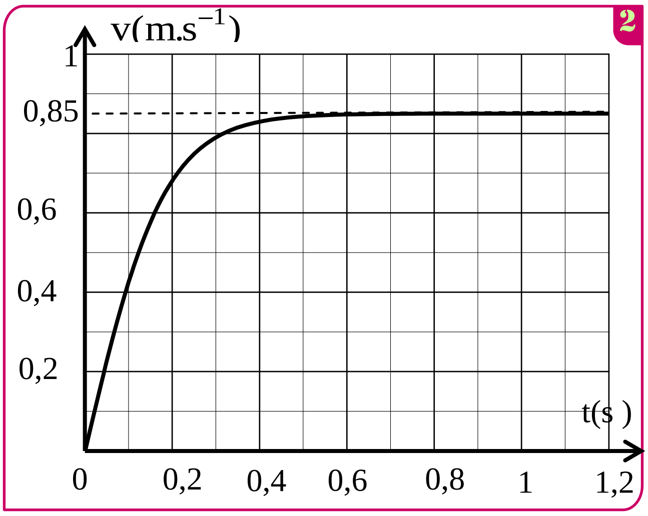
❷Calculer la valeur de la hauteur **h** .

2- Étude du mouvement de la bille (b) dans l'eau

Myriam a enregistré à l'aide d'un dispositif convenable L'évolution de la vitesse de la bille (b) au cours du temps ; Elle a obtenu le graphe représenté dans la figure 2.

❶ Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse du centre d'inertie de la bille (b) au cours de sa chute dans l'eau en fonction des donnés du texte.

A l'aide du graphe de la figure 2,déterminer la valeur de la constant K.



❷ Trouver l'expression de l'accélération a_0 du centre d'inertie de la bille (b) à l'instant t = 0 en fonction de g , V , ρ et m . Déterminer le temps caractéristique du mouvement de la bille (b) .

3- la différence entre les durées de chute

Zakaryae chriki et Myriam ont répété leur expérience dans les Conditions précédentes mais cette fois la hauteur D'eau dans le tube est H = 2h .Ahmed et Myriam ont libéré des deux billes (a) et (b) sans vitesse initiale au même instant $t = 0$ du même hauteur H = 2h.

❶Exprimer Δt qui sépare l'arrivé des deux billes (a) et (b) au sol en fonction de t_a , t_b ,g, h et v_ℓ .

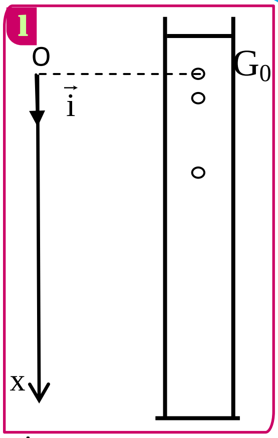
❷Calculer la valeur de Δt

EXERCICE 2 — 35 min

On étudie le mouvement d'une bille en acier dans un fluide visqueux contenu dans une éprouvette graduée (fig1).

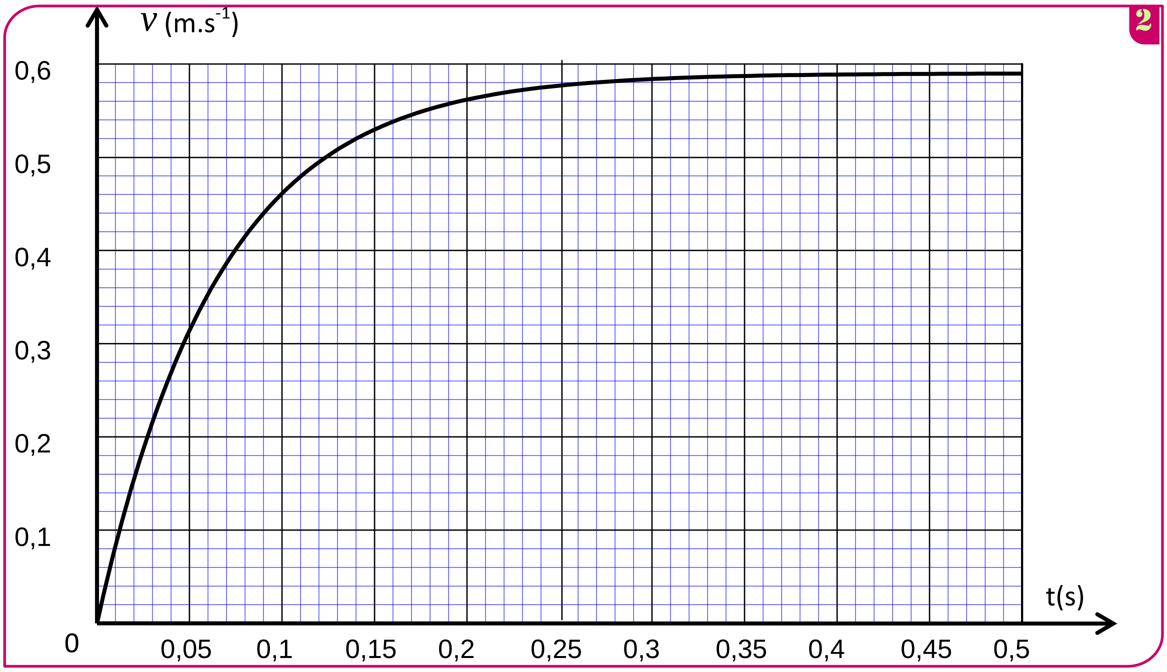
La figure (1) donne une idée sur le montage utilisé sans tenir compte de l'échelle.

On libère la bille sans vitesse initiale à un instant t = 0 et au même instant commence la saisie des images par un webcam reliée à un ordinateur. La position instantanée du centre d'inertie G est repérée sur un axe vertical Ox orienté vers le bas et de vecteur unitaire $\vec{i}$;fig (1). A t=0 , le centre d'inertie G est au point G_0 d'abscisse x=0.



On représente à chaque instant le vecteur vitesse du centre d'inertie de la bille par $\vec{v} = \vec{v}.\vec{i}$.

L'analyse de la vidéo obtenue à l'aide d'un logiciel approprié permet de calculer à chaque instant t la vitesse v du centre d'inertie de la bille .La courbe de la figure 2 représente l'évolution de v au cours du temps.



On représente par V et **m** respectivement le volume et la masse de la bille et par ρ_a et ρ_s respectivement la masse volumique de la bille et celle de du liquide visqueux et par g l'intensité de pesanteur . Au cours de sa chute , la bille est soumise à :

-La force de frottement fluide : $\vec{f} = -h.v.\vec{i}$; h est le coefficient de frottement visqueux.

-La poussée d'Archimède : $\vec{F} = -\rho_s.V.\vec{g}$; -Son poids : $m\vec{g} = -\rho_a.V.\vec{g}$.

❶Al 'aide de la courbe de la figure (2) , montrer l'existence d'une vitesse limite et déterminer sa valeur expérimentale .

❷Représenter , sur un schéma sans échelle ,les vecteurs forces appliqués sur la bille en mouvement dans le fluide.

❸Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v(t) et montrer qu'elle, s'écrit sous la forme

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{h}{m}.v + \alpha.g$$ en précisant l'expression de α .

❹Vérifier que la fonction $v(t) = \alpha.g.\frac{m}{h}\left[1 - e^{-\frac{h}{m}}\right]$ est solution de cette équation différentielle.

❺Montrer ,à partir de l'équation différentielle ou à partir de sa solution l'existence d'un e vitesse limite et calculer sa valeur et la comparer avec la valeur trouvée expérimentalement .

On donne : $m = 5,0g$; $g = 9,81m.s^{-2}$; $h = 7,60.10^{-2}kg.s^{-1}$; $\alpha = 0,92$.

❻Déterminer à l'aide de l'analyse dimensionnelle l'unité de $\frac{m}{h}$ et déterminer sa valeur à partir de l'enregistrement.