Mouvement de rotation

Résumé:14 | **Niveaux:SM PC**

1. Définition :

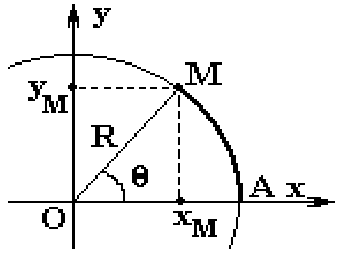
Un mouvement de rotation est tout mouvement qu'effectue un corps autours d'un axe fixe (Δ) selon une trajectoire circulaire de rayon R autour de cet axe.

2. Repérage d'un point du mobile:

On peut déterminer la position d'un point M en mouvement le long d'un trajet circulaire de rayon R soit par :

- Les coordonnées cartésiennes (x , y) dans un référentiel (Oxy)
  $x=R.\cos(\theta)$ et $y=R.\sin(\theta)$ avec $R=OM$
- L'abscisse angulaire $\boldsymbol{\theta}$ tel que $\boldsymbol{\theta} = (\widehat{\mathbf{Ox}, \mathbf{OM}})$
- L'abscisse curvilignes S(t) et c'est l'arc AM avec $\mathbf{S} = \widehat{\mathbf{AM}} = \mathbf{R}.\boldsymbol{\theta}$ avec **A :**

l'origine des abscisses curvilignes **S(A)=0**



NB :

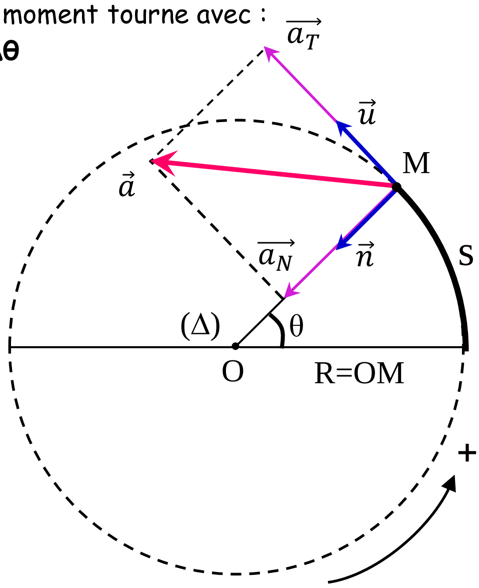
- $\mathbf{(x-a)^2+(y-b)^2=R^2}$: L'équation d'un cercle de rayon R et les cordonnées de son centre (a,b)
- L'angle balayé entre deux instants est $\boldsymbol{\theta=2\pi.n}$ ou $\boldsymbol{\Delta\theta=2\pi.n}$ avec n le nombre de tours effectués entre les deux instants

3. Les équations horaires du mouvement circulaires

	Mouvement circulaire uniforme	Mouvement circulaire uniformément varié
Accélération angulaire ($rad.s^{-2}$)	Nulle $\ddot{\theta} = 0$	Constante $\ddot{\theta} = C^{te} \neq 0$
Vitesse angulaire ($rad.s^{-1}$)	Constante $\dot{\theta} = C^{te} \neq 0$	Varie en fonction du temps $\dot{\theta} = \ddot{\theta}.t + \dot{\theta}_0$ Une fonction affine de temps d'où $\ddot{\theta} = \frac{\Delta\dot{\theta}}{\Delta t}$
Abscisse angulaire (rad)	$\theta = \dot{\theta}.t + \theta_0$ Une fonction affine de temps d'où $\dot{\theta} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$	$\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}.t^2 + \dot{\theta}_0.t + \theta_0$

NB : **Tous les points d'un solide en rotation** autour d'un axe fixe et à tout moment tourne avec :

- Le même abscisse angulaire $\boldsymbol{\theta}$ ou la même variation angulaire $\boldsymbol{\Delta\theta}$
- La même vitesse angulaire $\dot{\theta} = C^{te}$
- La même accélération angulaire $\ddot{\theta} = C^{te}$



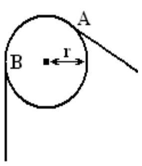
4. Relation entre grandeur linèaire (translation) et angulaire (rotation) :

- La relation entre l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire $\mathbf{S=R.\theta}$
- La relation entre la vitesse linéaire et la vitesse angulaire $\mathbf{V = R.\dot{\theta}}$
- La relation entre l'accélération tangentielle (linéaire) et l'accélération angulaire

$$a_u = a_t = \frac{dV}{dt} = R.\ddot{\theta}$$

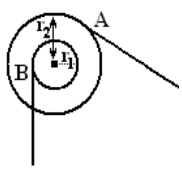
- La relation entre l'accélération normale et la vitesse angulaire $a_n = \frac{V^2}{R} = R.\dot{\theta}^2$

$a_G = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$: accélération du mobile en rotation autour d'un axe fixe (Δ)



Les points A et B :

- Parcours les même distances S,
  $S_1=S_2$
- Avec la même vitesse,
  $V_1=V_2$
- Et la même accélération,
  $a_1=a_2$



Les points A et B :

- Parcours des distances différentes
  $S_1=r_1.\theta$ et $S_2=r_2.\theta$ d'où $\frac{S_2}{S_1} = \frac{r_2}{r_1}$
- avec des vitesses différentes
  $V_1 = r_1.\dot{\theta}$ et $V_2 = r_2.\dot{\theta}$ d'où $\frac{V_2}{V_1} = \frac{r_2}{r_1}$
- Et des accélérations différentes
  $a_1 = r_1.\ddot{\theta}$ et $a_2 = r_2.\ddot{\theta}$ d'où $\frac{a_2}{a_1} = \frac{r_2}{r_1}$

5. Relation fondamentale ed la dynamique (RFD):

$$\boxed{\Sigma \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F_i}) = J_{\Delta}.\ddot{\theta}}$$

Dans un référentiel galiléen, la somme des moments des forces , appliquées à un corps en rotation autour d'un axe fixe (Δ) , est proportionnelle à l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ subie par ce corps

J_{Δ} : moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation (Δ)

⁂ Comment exploiter la relation fondamentale de la dynamique (RFD)

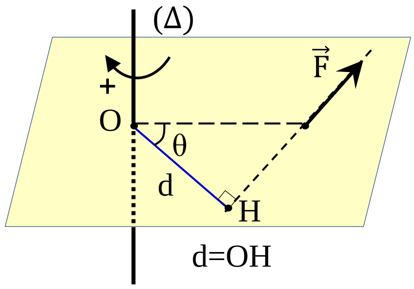
Pour résoudre un problème de dynamique en utilisant la **RFD,** la méthode est toujours la même :

1. Préciser le système à étudier
2. Faire le bilan de toutes les forces qui agissent sur le point matériel étudié (ou le centre d'inertie de l'objet étudié).
   2.1. Forces de contact
   2.2. Forces à distance
3. Faire un schéma précis et suffisamment grand pour pouvoir y représenter (tant que c'est possible) toutes les forces dont les caractéristiques bien connues.
   Exemples : le poids $\vec{P}$ et $\vec{R}$ la réaction de l'axe (Δ)
4. Choisir un sens positif de rotation (Souvent identique au sens de mouvement)
5. Déterminer l'expression du travail de chacune des forces du bilan
6. Appliquer la **RFD**
7. Répondre !!!

6. Moment d'une force par rapport à un axe fixe

$$M(\vec{F}_{/\Delta}) = \pm F.d$$

l'axe



- Préciser l'axe (**Δ**)
- Choisir un sens positif (Souvent dans le sens de mouvement)
- Prolonger (D) la direction (Droite d'action) de la force $\vec{F}$
- Tracer la perpendiculaire à (D) la direction de la force $\vec{F}$ et passant par l'axe (**Δ**)
- Déterminer la distance d entre l'axe (**Δ**) et (D) la direction de la force $\vec{F}$

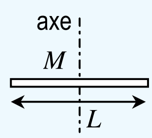
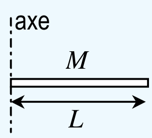
NB :

$M(\vec{F}_{/\Delta}) = 0$: le moment d'une force est nul pour toute force dont la direction est parallèle ou sécante l'axe (**Δ**)

7. Moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation

$J_{\Delta}=\sum m_i.r_i^2$:

- Moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation (Δ)
- S'exprime en $Kg.m^2$
- Exprime la répartition de la matière autour de l'axe (Δ)
- Varie si :
  - On ajoute des masses au système
  - On modifie la position d'au corps du système (modifier la distance r_i)
  - La position de l'axe (Δ) change

Tige	Tige mince de longueur L tournant autour d'un axe perpendiculaire à elle-même passant par son centre		$I = \frac{1}{12}ML^2$
	Tige mince de longueur L tournant autour d'un axe perpendiculaire à elle-même passant par une extrémité		$I = \frac{1}{3}ML^2$