Mohamed El Founani
Lycée Ibn Maja

La décroissance radioactive :

Stabilité et instabilité des noyaux :

Composition du noyau :

Le noyau d'un atome est constitué de protons et neutrons, l'ensemble de ces deux types de particules sont appelées : nucléons.

Proton : Découvert en 1910 par Rutherford.
Le nombre de protons d'un noyau est le numéro atomique ou nombre de charge désigné par Z. Cette particule est chargée positivement dont sa charge égale à celle de la charge élémentaire $q_p = e = 1,6 \times 10^{-19}$C, et une masse $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$Kg.

Neutron : Découvert en 1933 par Chadwick.
Le nombre de neutron d'un noyau est noté N. Le neutron est neutre c'est-à-dire sa charge est nulle $q_n = 0$C, avec une masse sensiblement égale à celle du proton, $m_n = m_p = 1,67 \times 10^{-27}$Kg.

Remarque amusante : Le quotient de la masse du proton et celle d'électron est :

$$\frac{m_p}{m_e} \approx 6\pi^5$$

Nombre de masse : Les nucléons sont : Protons + Neutrons, donc le nombre de nucléons A = Z+N on l'appelle aussi nombre de masse.
On peut déduire que : N = A − Z.
Le noyau est noté : ${}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X}$, où X est le symbole de l'élément.

Dimensions d'un noyau :

Le rayon nucléaire est proportionnel à $\mathrm{A}^{\frac{1}{3}}$:

$$\mathrm{R} = 1,4 \times 10^{-15}\mathrm{A}^{\frac{1}{3}}(\mathrm{SI})$$

Et le volume d'un noyau est :

$$\mathrm{V} = \frac{4}{3}\pi \mathrm{R}^3$$

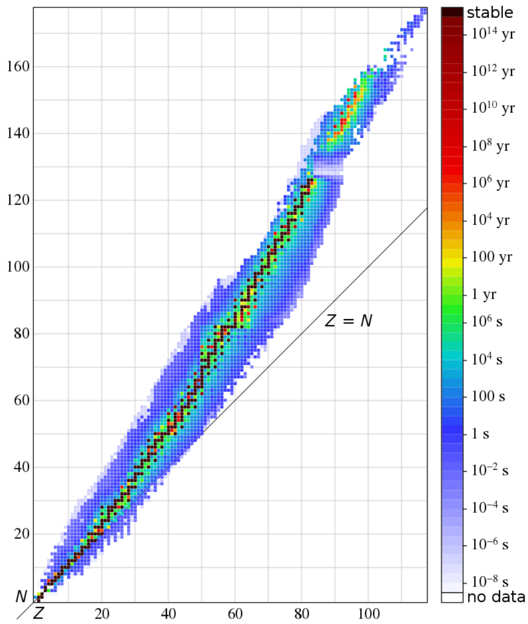
Donc : $\mathrm{V} \propto \mathrm{A}$
Nucléide : est l'ensemble des entités ayant même numéro atomique Z et même nombre de masse A.
Isotopes : Les nucléides isotopes ont le même nombre de protons mais différent par leur nombre de neutrons, ils n'ont pas les mêmes nombre de masse A.
Par exemple : ${}^{63}_{29}\mathrm{Cu}$ et ${}^{65}_{29}\mathrm{Cu}^*$, on a : $\mathrm{A} = \mathrm{N} + \mathrm{Z} \Leftrightarrow \mathrm{N} = \mathrm{A} - \mathrm{Z}$, donc Cu possède 34 neutrons, et Cu* 36 neutrons.
Masse du noyau : la masse atomique, de symbole u est par définition le douzième de l'atome de carbone ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$: $u = \frac{1}{12} m\left({}^{12}_{6}\mathrm{C}\right)$.
Or :

$$m\left({}^{12}_{6}\mathrm{C}\right) = \frac{M\,(\mathrm{C})}{N_A} \approx 2 \times 10^{-26}\mathrm{Kg}$$

Alors : $u = 1,66 \times 10^{-27}$Kg.
En physique nucléaire il est recommandé d'exprimer les masses en MeV/c^2.
$1u = 931,5$ MeV.c^{-2}.

Stabilité d'un noyau :

On explique la cohésion d'un noyau par l'existence des forces attractives entre les nucléons. Cette force est très intense, on l'appelle : *L'interaction forte.*
Grâce à cette force on peut trouver deux protons chargés positivement proches l'un de l'autre, alors qu'ils doivent subir à la répulsion électrostatique. Cependant, on trouve des nucléides instables qui peuvent se désintégrer spontanément, on les appelle : *Les nucléides radioactifs.*
Si l'on reporte sur un graphique le nombre de neutrons N en fonction du nombre de protons Z, on obtient le diagramme suivant, qu'on l'appelle diagramme de Segré ou diagramme (N-Z) :



Le diagramme de Segré nous permet de reconnaitre les noyaux stables, on a au voisinage de la droite $N = Z$ les noyaux stables, c'est-à-dire ceux dont le nombre de protons Z est inférieur à 20.

La radioactivité :

La radioactivité est une désintégration naturelle d'un noyau instable en un noyau plus stable avec l'émission de particules qui forment des radiations actives.
Un noyau instable (noyau radioactif) se désintègre spontanément en donnant un noyau différent et en émettant des particules et souvent un rayonnement.

$$ {}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X} \longrightarrow {}^{\mathrm{A}'}_{\mathrm{Z}'}\mathrm{Y} + {}^{\mathrm{A}''}_{\mathrm{Z}''}x $$

Où ${}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X}$ est le noyau père, ${}^{\mathrm{A}'}_{\mathrm{Z}'}\mathrm{Y}$ le noyau fils ${}^{\mathrm{A}''}_{\mathrm{Z}''}x$ est la particule émise.

. Si ${}^{\mathrm{A}''}_{\mathrm{Z}''}x = {}^{4}_{2}\mathrm{He}$ le type de désintégration est α.
. Si ${}^{\mathrm{A}''}_{\mathrm{Z}''}x = {}^{0}_{-1}e$ le type de désintégration est β^-.
. Si ${}^{\mathrm{A}''}_{\mathrm{Z}''}x = {}^{0}_{1}e$ le type de désintégration est β^+.

Lois de conservation de Soddy :

Au cours d'une réaction nucléaire, il y a :
. Conservation de la charge électrique.
. Conservation du nombre de nucléons.

$$ {}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X} \longrightarrow {}^{\mathrm{A}'}_{\mathrm{Z}'}\mathrm{Y} + {}^{\mathrm{A}''}_{\mathrm{Z}''}x $$

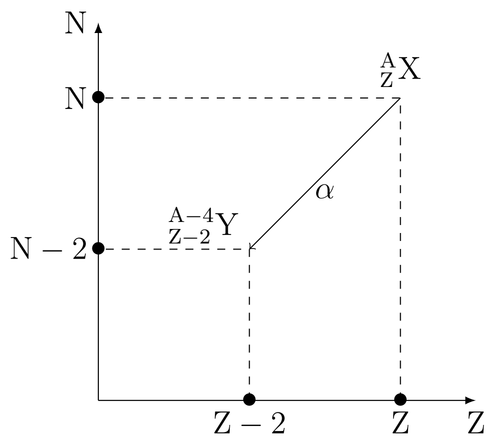
Donc :

$$ \begin{cases} \mathrm{A} & = \mathrm{A}' + \mathrm{A}'' \\ \mathrm{Z} & = \mathrm{Z}' + \mathrm{Z}'' \end{cases} $$

La radioactivité α :

Les noyaux massifs sont instables, cette instabilité est due à un excès de nucléons, ils se désintègrent en émettant un noyau d'Hélium $^4_2$He.
L'équation représentative de la désintégration est :

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow ^{A-4}_{Z-2} Y^{*} + ^{4}_{2} He$$

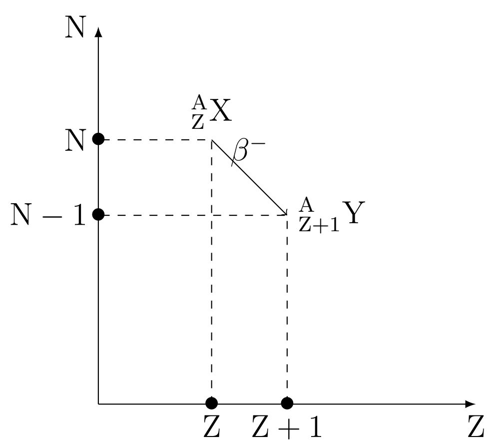


Remarque : Cette désintégration est valable pour les noyaux lourds dont $A \geq 195$.
Le noyau fils Y correspond à l'élément situé deux cases avant celle de l'élément père X dans le tableau de la classification périodique.

La radioactivité β^{-} :

Les noyaux situés au dessus du domaine de stabilité, possèdent trop de neutrons par rapport au nombre de protons, donc le neutron se transforme en proton en émettant un électron $_{-1}^{0}e$.
L'équation représentative de la désintégration est :

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow ^{A}_{Z+1} Y^{*} + _{-1}^{0} e$$

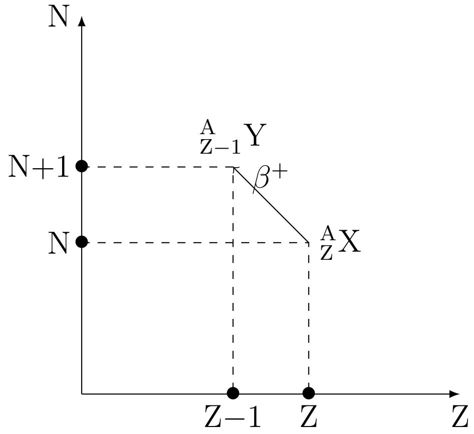


Mécanisme : Le neutron du noyau se transforme spontanément en proton et électron selon le mécanisme suivant : $^{1}_{0}n \longrightarrow ^{1}_{1} p + _{-1}^{0} e$

La radioactivité β^+ :

Les noyaux situés au dessous du domaine de stabilité, possèdent trop de protons par rapport au nombre de neutron, donc le proton se transforme en neutron en émettant un positron (L'antiparticule de l'électron $q_{e^+} = 1,6 \times 10^{-19}$C).
L'équation représentative de la désintégration est :

$$ {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1} Y^* + {}^{0}_{1} e $$



Mécanisme : Le proton du noyau se transforme spontanément en neutron et positron selon le mécanisme suivant : ${}^{1}_{1}p \longrightarrow {}^{1}_{0} n + {}^{0}_{1} e$

Rayonnement γ :

Après une désintégration le noyau fils est souvent excité il redevient stable en libérant une énergie sous forme d'un rayonnement électromagnétique γ, selon la transformation suivante :

$$ {}^{A}_{Z}Y^* \longrightarrow {}^{A}_{Z} Y + \gamma $$

Cette radiation porte une grande énergie.

Famille radioactive :

Un nucléide radioactif se transforme en un autre nucléide, qui peut être lui même radioactif et ainsi de suite... La chaîne s'arrête lorsque le nucléide formé est stable.
Exemple :

$$ {}^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{206}_{82} Pb + x\,{}^{0}_{-1}e + y\,{}^{4}_{2}He $$

Déterminons le nombre de désintégration α et β^- :
D'après la loi de Soddy on a :

$$ \begin{cases} 226 &= 206 + 4y \\ 88 &= 82 - x + 2y \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} y &= \frac{226-206}{4} \\ x &= 2y - 6 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} y &= 5 \\ x &= 4 \end{cases} $$

Donc : on a 5 désintégration α et 4 désintégration β^-.

La loi de décroissance radioactive :

Nombre de noyaux :

La désintégration d'un noyau instable a un caractère aléatoire, un échantillon radioactif (contenant un grand nombre de noyaux instables) est donc un échantillon de grande taille dans lequel se répète un phénomène aléatoire un certain nombre de fois.

Constante radioactive :

Pour un échantillon contenant un seul type de noyaux radioactifs, la variation du nombre du noyaux $\Delta N(t)$ entre des instants très proches t et $t + \Delta t$ est proportionnelle aux nombre de noyaux $N(t)$ présents à t et à la durée Δt :

$$\Delta N = -\lambda N \Delta t \tag{1}$$

Où λ est la constante radioactive qui dépend de type du noyaux qui se désintègre, exprimé en s^{-1}.
La durée $\lambda^{-1} = \tau$ est la constante du temps, exprimé en (s).

Démonstartion :

Lorsque $\Delta t \to 0$ l'équation (1) devient :

$$\begin{aligned} dN = -\lambda N dt &\Longleftrightarrow \frac{dN}{dt} = -\lambda N \\ &\Longleftrightarrow \frac{dN}{dt} + \lambda N = 0 \end{aligned}$$

C'est une équation différentielle de la forme : $\dfrac{dy}{dx} = ay$ sa solution est $x \mapsto \alpha e^{ax}$.
On en déduit que :

$$N = \alpha e^{-\lambda t}$$

Identifions α :
On a à $t = 0$:

$$N_0 = \alpha e^{-\lambda \times 0} \Leftrightarrow N_0 = \alpha$$

Par suite :

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \tag{2}$$

Où N_0 est le nombre de noyaux présents à l'instant t_0.

La relation (2) est **la loi de la décroissance radioactive**.

Activité radioactive :

On définit l'activité d'un échantillon radioactif par la quantité :

$$a = -\frac{dN}{dt}$$

Elle donne le nombre de désintégration par unité de temps.
Et d'après ce qui précède on a :

$$\begin{aligned}
a &= -\frac{dN}{dt} \\
&= -\frac{d}{dt}\left(N_0 e^{-\lambda t}\right) \\
&= -N_0 \times (-\lambda) e^{-\lambda t} \\
&= \lambda N_0 e^{-\lambda t}
\end{aligned}$$

En posant $a_0 = \lambda N_0$, on obtient :

$$a = a_0 e^{-\lambda t}$$

L'unité de a est Bq (Becquerel) au nommage du physicien Henri Becquerel qui a découvert le phénomène du radioactivité. On utilise parfois le Ci (Curie) au nommage de Mr et Mme Curie qui sont fameux pour leurs recherches en radioactivité.

$$\begin{aligned}
1\ \text{Bq} &= 1\ \text{désintégration/s} \\
1\ \text{Ci} &= 3,7 \times 10^{10}\ \text{Bq}
\end{aligned}$$

Demi-vie radioactive :

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée nécessaire pour que la moitié des noyaux présents dans un échantillon soit désintégrée.
Elle ne dépend que de la réaction étudiée.
On peut écrire :

$$N = \frac{N_0}{2} \qquad \text{à} \qquad t = t_{1/2}$$

On aura alors :

$$\begin{aligned}
\frac{N_0}{2} &= N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \\
\frac{1}{2} &= e^{-\lambda t_{1/2}} \\
\ln\left(\frac{1}{2}\right) &= \ln\left(e^{-\lambda t_{1/2}}\right) \\
\ln(1) - \ln(2) &= -\lambda t_{1/2} \\
-\ln(2) &= -\lambda t_{1/2} \\
t_{1/2} &= \frac{\ln(2)}{\lambda} \\
&= \tau . \ln(2)
\end{aligned}$$

Par suite : $t_{1/2} = \tau . \ln(2)$.

Complément mathématique :

La fonction exponentielle : on a $x \mapsto e^x$ est définie sur $\mathbb{R}$:

$$e^0 = 1 \qquad e^1 = e \qquad e^a \times e^b = e^{a+b}$$

$$(e^a)^b = e^{ab} \qquad \frac{e^a}{e^b} = e^{a-b} \qquad \frac{1}{e^a} = e^{-a}$$

Et on a :

$$\frac{de^{ax}}{dx} = a.e^{ax}$$

La fonction logarithme népérien : on a $x \mapsto \ln(x)$ est définie sur $]0, +\infty[$:

$$\ln(1) = 0 \qquad \ln(ab) = \ln(a) + \ln(b) \qquad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

$$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a) \qquad \ln(x^n) = n\ln(x) \qquad \ln\left(\sqrt[n]{x}\right) = \frac{\ln(x)}{n}$$

Et on a :

$$\frac{d\ln(x)}{dx} = \frac{1}{x}$$

Exploitation graphique :

Détermination de la demi-vie et la constante de temps τ

. L'abscisse correspondante à $\frac{N_0}{2}$ représente la demi-vie $t_{1/2}$ de l'échantillon étudié.
. La loi de la décroissance radioactive s'écrit sous la forme :

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Si $t = \tau$ on aura :

$$N = N_0.e^{-1} = \frac{N_0}{e}$$

Numériquement :

$$N \approx 0,37 \times N_0$$

Or, l'abscisse correspondante à cette valeur représente la constante de temps τ.
On peut aussi déterminer la constante de temps τ en traçant la tangente à la courbe à l'instant $t = 0$. Elle coupe l'axes des dates en un point, dont l'abscisse représente la constante de temps τ.
On peut tous résumer dans ce graphe :