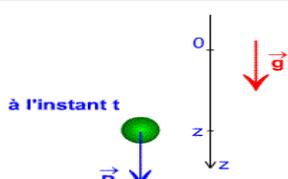
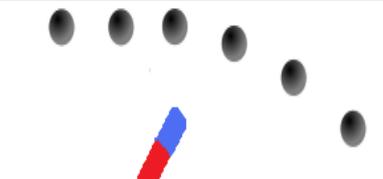
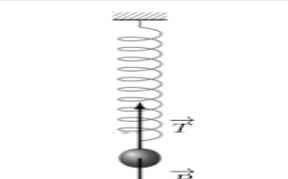
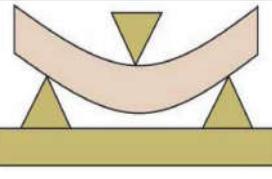


# Travail et puissance d'une force

## I- Notion de travail d'une force constante

### 1- Effets possibles d'une force dont le point d'application se déplace

Une force appliquée à un solide peut avoir plusieurs effets :

Une force peut mettre en mouvement un solide	Une force peut modifier le mouvement d'un solide (vitesse ; trajectoire )	Une force peut maintenir en équilibre un solide	Une force peut déformer un solide.
			

### 2- Définition d'une force constante

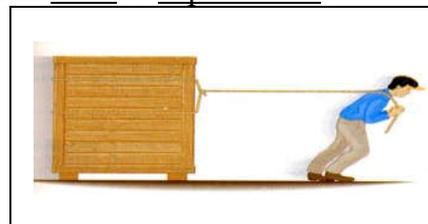
Une force constante signifie qu'elle garde la même direction, le même sens et la même intensité..

### 3- Définition du travail d'une force constante

☑ Dans le langage courant, l'idée de travail est liée à la notion d'effort physique ou intellectuel et de fatigue. En physique, la définition est plus stricte car le travail mécanique fait intervenir force et déplacement :

☑ Une force travaille, si son point d'application se déplace dans une direction qui n'est pas perpendiculaire à celle de la force (Une force qui travaille a pour effets de : modifier le mouvement d'un corps, modifier son altitude, le déformer, modifier sa température.)

☑ Une force ne travaille pas si son point d'application ne se déplace pas et sa direction est perpendiculaire à la trajectoire de son point d'application.



**Le travail est noté par la lettre W ; L'unité de travail est le Joule (symbole J)**

## II- Travail d'une force constante

### 1- travail des forces dans le cas d'un solide en translation

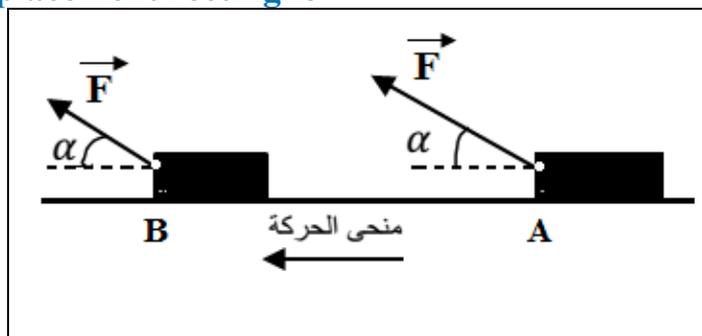
#### 1-1-Travail d'une force constante pour un déplacement rectiligne

Le travail d'une force constante  $\vec{F}$  pour un déplacement rectiligne  $\vec{AB}$  de son point d'application est le produit scalaire du vecteur force  $\vec{F}$  et du vecteur déplacement  $\vec{AB}$

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \vec{F} \cdot \vec{AB}$$

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$$

Avec  $\alpha$  angle entre les vecteurs  $\vec{F}$  et  $\vec{AB}$



Remarque : 1 Joule = 1 Newton \* 1 mètre

#### 1-2- Travail d'une force constante pour un déplacement quelconque

On décompose ce déplacement, non rectiligne, en une succession de déplacements suffisamment petits pour être considérés comme rectilignes.

$\vec{\delta l}_1, \vec{\delta l}_2, \dots, \vec{\delta l}_{i+1}, \dots, \vec{\delta l}_n$  avec  $\sum \vec{\delta l}_i = \vec{AB}$

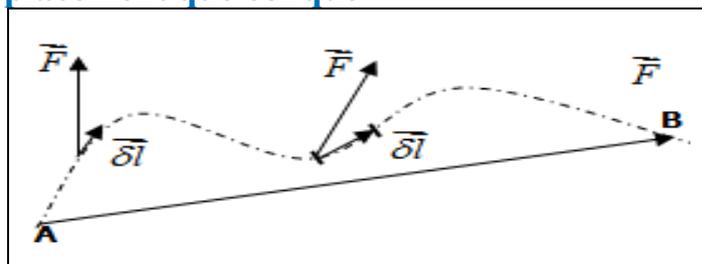
Le travail élémentaire d'une force constante est:

$$\delta W_i(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{\delta l}_i$$

Le travail de la force est égale à la somme des travaux élémentaires

$$\sum \delta W_i(\vec{F}) = \sum \vec{F} \cdot \vec{\delta l}_i = \vec{F} \cdot \sum \vec{\delta l}_i = \vec{F} \cdot \vec{AB} = W(\vec{F})_{A \rightarrow B}$$

Le travail d'une force constante F, lors du déplacement quelconque de son point d'application entre A et B, est indépendant du chemin suivi entre A et B



### 1-3-Travail du poids

Lorsque le centre de gravité d'un objet passe d'un point A à un point B en décrivant une trajectoire courbe, on peut considérer que cette courbe est une succession de petits déplacements  $\overrightarrow{AM_1}, \dots, \overrightarrow{M_i M_{i+1}}, \dots, \overrightarrow{M_n B}$ .

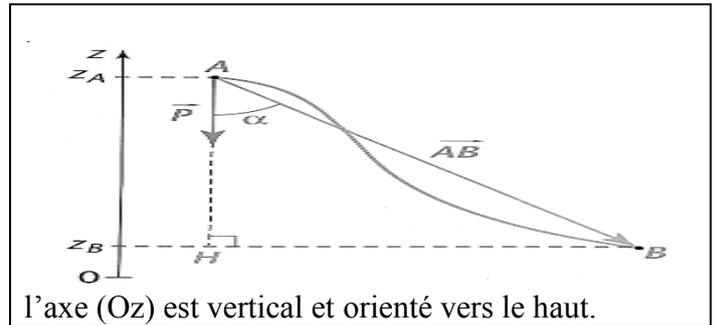
Le travail du poids  $\vec{P}$  de l'objet pour un petit déplacement est  $W_{M_i M_{i+1}}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{M_i M_{i+1}}$ .

Le travail du poids de l'objet entre A et B est

$$W_{AB}(\vec{P}) = \sum_A^B \vec{P} \cdot \overrightarrow{M_i M_{i+1}} = \vec{P} \cdot \sum_A^B \overrightarrow{M_i M_{i+1}}$$

Mais  $\sum_A^B \overrightarrow{M_i M_{i+1}} = \overrightarrow{AB}$ , donc  $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB}$ .

Avec  $\vec{P} (0; 0; -mg)$  et  $\overrightarrow{AB} (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$



l'axe (Oz) est vertical et orienté vers le haut.

Lorsque le centre de gravité G d'un solide se déplace d'un point A à un point B, le travail du poids du solide est indépendant du chemin suivi par G entre A et B. Il est donné par la relation  $W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$

### 2-Travail moteur, travail résistant

Le travail d'une force est une grandeur algébrique.

Un travail positif est un travail moteur et un travail négatif est un travail résistant.

$\alpha = 0^\circ$	$\alpha < 90^\circ$	$\alpha = 90^\circ$	$90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$	$\alpha = 180^\circ$
$W_{AB}(\vec{F})$ positif : Travail moteur		$W_{AB}(\vec{F}) = 0$	$W_{AB}(\vec{F})$ négatif : Travail résistant	

### 3- Travail d'un ensemble de forces constantes

Soit un solide en translation soumis à plusieurs forces. Les points d'applications de chaque force subissent le même déplacement. La somme des travaux de ces forces s'écrit

$W_{AB} = \vec{F}_1 \cdot \overrightarrow{AB} + \vec{F}_2 \cdot \overrightarrow{AB} + \dots = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots) \cdot \overrightarrow{AB}$  soit  $W_{AB} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$  avec  $\vec{F}$  la résultante des forces.

Pour un solide en translation, soumis à un ensemble de forces, la somme des travaux des forces appliquées est égale au travail de leur résultante.

### 4- travail des forces de moment constante dans le cas d'un solide en rotation autour d'un axe fixe

Considérons une force  $\vec{F}$  localisée au point A,

-  $\delta\theta$  un angle de rotation élémentaire autour d'un axe ( $\Delta$ ) passant par le point O,

- Soit  $\delta W$  le travail élémentaire de  $\vec{F}$  pendant la rotation .

$$\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\delta s}$$

$$\delta W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\delta s} = F \times \delta s \times \cos(\alpha)$$

- L'arc élémentaire décrit pendant cette rotation est  $\delta s = r \times \delta\theta$

$$\text{Alors } \delta W = F \times r \times \delta\theta \times \cos(\alpha)$$

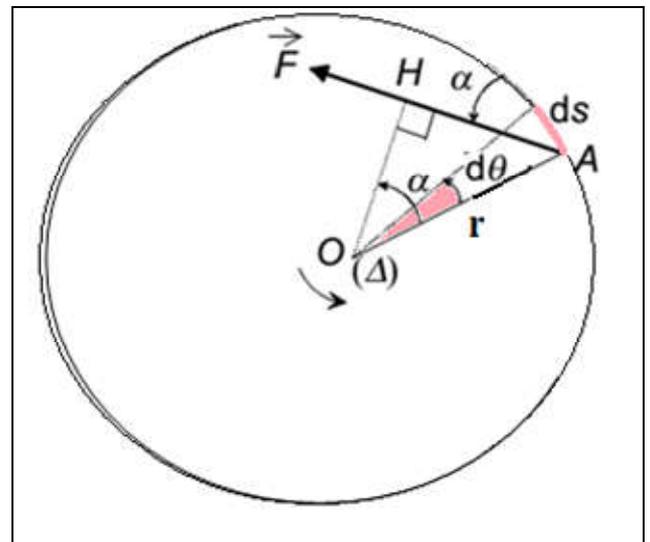
a partir de la figure ci-contre on a

$$\cos(\alpha) = OH/r \Leftrightarrow OH = \cos(\alpha) \times r$$

donc  $\delta W = F \times OH \times \delta\theta$  avec le moment de cette force par

rapport à l'axe ( $\Delta$ ) est :  $M(\vec{F}) = F \times OH$

$\Rightarrow$  le travail élémentaire :  $\delta W = M_{\Delta}(\vec{F}) \times \delta\theta$



- Lorsque le solide tourne avec un angle  $\Delta\theta$  le travail de force  $\vec{F}$  est :

$$W(\vec{F}) = \sum \delta W = \sum M_{\Delta}(\vec{F}) \times \delta\theta = M_{\Delta}(\vec{F}) \times \sum \delta\theta \text{ avec } M_{\Delta}(\vec{F}) \text{ est constante et } \sum \delta\theta = \Delta\theta$$

**Le travail des forces de moment constante dans le cas d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est**

$$W(\vec{F}) = M_{\Delta}(\vec{F}) \times \Delta\theta$$

### III- Puissance d'une force

#### 1- La puissance moyenne

Si, pendant une durée  $\Delta t$ , une force  $\vec{F}$  effectue un travail  $W(\vec{F})$ , la puissance moyenne  $P_{\text{moyenne}}$  du travail de cette force est  $P_{\text{moyenne}} = \frac{W(\vec{F})}{\Delta t}$  avec  $P_{\text{moyenne}}$  en watts (W),  $W(\vec{F})$  en joules (J) et  $\Delta t$  en secondes (s).

Remarque : Unité de puissance encore utilisée le cheval-vapeur, 1 ch = 736 W

Lorsque l'intervalle de temps  $\Delta t$  tend vers 0 ou devient très petit, la puissance moyenne tend vers la puissance instantanée.

#### 2- Puissance instantanée d'une force agissant sur un corps en translation

On appelle puissance instantanée d'une force  $\vec{F}$  la variation instantanée de son travail au cours du temps :

$$P(t) = \frac{\delta W}{\delta t}$$

Puis que  $\delta W = \vec{F} \times \delta \vec{l}$  alors  $P(t) = \vec{F} \times \frac{\delta \vec{l}}{\delta t}$  avec  $v(t) = \frac{\delta \vec{l}}{\delta t}$

La puissance instantanée de la force  $\vec{F}$  est :

$$P(t) = \vec{F} \cdot \vec{V}(t)$$

$$P = F \times V \times \cos(\vec{F}; \vec{V})$$

#### 3- Puissance instantanée d'une force agissant sur un corps en rotation

L'expression du travail est  $\delta W = M_{\Delta}(\vec{F}) \times \delta \theta$  avec  $M_{\Delta}(\vec{F})$  moment de la force par rapport à l'axe de rotation.

La puissance instantanée  $P(t) = \frac{\delta W}{\delta t} = M_{\Delta}(\vec{F}) \times \frac{\delta \theta}{\delta t}$  avec  $\omega(t) = \frac{\delta \theta}{\delta t}$  vitesse angulaire instantané à t

La puissance instantanée d'une force s'exerçant sur un solide en rotation autour d'un axe fixe est égal :

$$P(t) = M_{\Delta}(\vec{F}) \times \omega(t)$$