

**Exercice1 : (8 points)**

1) Déterminer la valeur de vérité des propositions suivantes :

$$P : (\sqrt{4} + \sqrt{1} = \sqrt{4+1} \text{ et } \pi \in \mathbb{Z}) \quad ; \quad Q : (\sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} \text{ ou } \sqrt{(-2)^2} = 2) \quad (0,75+0,75)$$

2) On considère la proposition suivante :

$$R : (\forall x \in \mathbb{R}) ; (x^2=25 \Rightarrow x=5)$$

a- Déterminer la négation de R . (0,75)

b- Dédire que R est fausse . (0,75)

3) En utilisant le raisonnement par la contraposée montrer que :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 : [(y \neq x \text{ et } x+y \neq 1) \Rightarrow (\sqrt{x^2-x+1} \neq \sqrt{y^2-y+1})] \quad (1,5)$$

4) En utilisant le raisonnement par les équivalences successives montrer que :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : \frac{4x}{x^2+4} \leq 1 \quad (1,5)$$

5) En utilisant le raisonnement par récurrence montrer que :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) : 5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^n = \frac{5^{n+1} - 1}{4} \quad (2)$$

**Exercice2 : (4 points)**

On considère la fonction f définie par  $f(x) = \frac{3x^2 - 6x + 7}{x^2 - 2x + 3}$

1) Montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad x^2 - 2x + 3 > 0$  et déduire  $D_f$ , le domaine de définition de f. (1+0,5)

2) Montrer que  $f(1) = 2$  est une valeur minimale de la fonction f sur  $\mathbb{R}$ . (1)

3) a- Montrer que f est majorée par 3 sur  $\mathbb{R}$ . (1)

b- Est ce que 3 est une valeur maximale de f sur  $\mathbb{R}$ ? (0,5)

**Exercice3 : (8points)**

On considère les deux f et g fonctions définies par :

$$f(x) = x^2 - 6x + 8 \quad \text{et} \quad g(x) = \sqrt{x-3}$$

$C_f$  et  $C_g$  sont respectivement les courbes des fonctions f et g dans un repère orthonormé

1) a- Donner le tableau de variations de f. (1)

b- Déterminer la nature de  $C_f$  et ses éléments caractéristiques. (0,5)

c- Déterminer l'intersection de  $C_f$  avec les axes (ox) et (oy). (1+0,5)

2) Déterminer  $D_g$  et donner le tableau de variations de g. (0,5+0,5)

3) Construire  $C_f$  et  $C_g$  dans le même repère orthonormé. (1,25+0,75)

4) a- Montrer graphiquement que l'équation  $E : x^2 - 6x + 8 - \sqrt{x-3} = 0$  admet une seule solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $[3; +\infty[$  et que  $4 < \alpha < 5$ . (0,5+0,5)

b- Résoudre graphiquement l'inéquation  $x^2 - 6x + 8 - \sqrt{x-3} \leq 0$ . (1)