Baccalauréat L Enseignement de spécialité
Métropole septembre 2009

EXERCICE 1 **5 points**

Une municipalité décide de regrouper tous les ouvrages de trois petites bibliothèques de quartier en un même lieu et de créer une bibliothèque municipale. On convient de noter b_1, b_2 et b_3 ces trois bibliothèques de quartier.
Le stock de b_1 constituera ainsi 50 % de l'ensemble des ouvrages réunis dans la bibliothèque municipale, celui de b_2 constituera 30 % de cet ensemble et celui de b_3 constituera 20 % de cet ensemble.

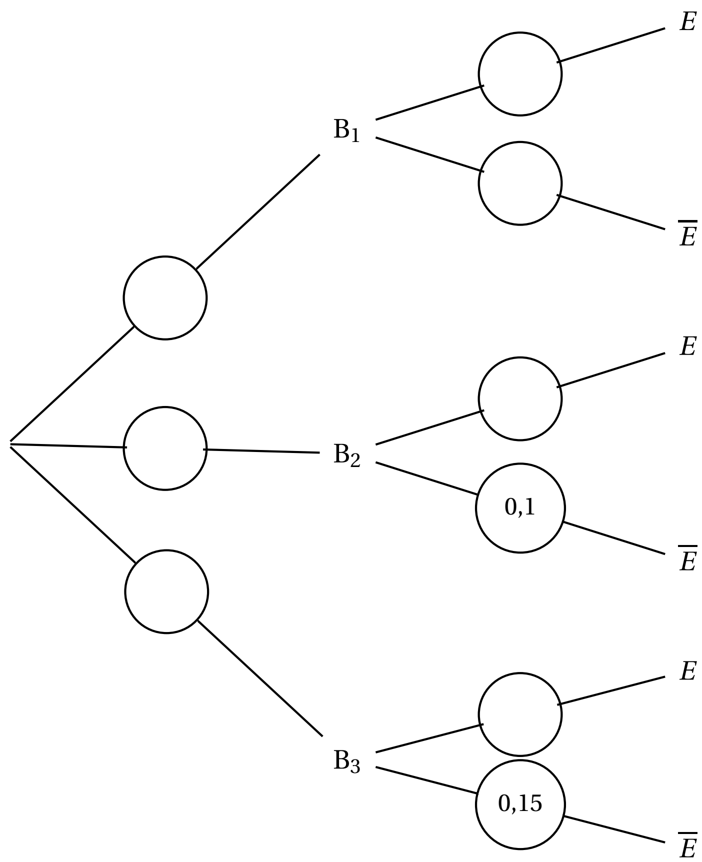
Un examen minutieux du stock révèle que :

- 12 % des ouvrages provenant de b_1 sont en mauvais état ;
- 10 % des ouvrages provenant de b_2 sont en mauvais état ;
- 15 % des ouvrages provenant de b_3 sont en mauvais état.

On prélève au hasard un ouvrage dans le stock de la bibliothèque municipale et on note sa provenance et son état.
On appelle les événements suivants :

B_1 l'évènement : « L'ouvrage prélevé provient de la bibliothèque b_1 » ;
B_2 l'évènement : « L'ouvrage prélevé provient de la bibliothèque b_2 » ;
B_3 l'évènement : « L'ouvrage prélevé provient de la bibliothèque b_3 » ;
E l'évènement : « L'ouvrage prélevé est en bon état » et $\overline{E}$ son contraire.

1. Donner la valeur de $p(B_1)$, probabilité de l'évènement B_1, ainsi que celle de $P_{B_1}(E)$, probabilité de l'évènement E sachant que l'événement B_1 est réalisé.
2. Reproduire sur la copie l'arbre de probabilité ci-dessous et le compléter par les sept probabilités manquantes (aucune justification n'est attendue).



3. a) Montrer que $p(B_1 \cap E) = 0,44$. Calculer $p(B_2 \cap E)$ et $p(B_3 \cap E)$.
   b) En déduire que la probabilité qu'un ouvrage prélevé au hasard soit en bon état est égale à 0,88.
4. Les événements B_1 et E sont-ils indépendants ?
5. Caractériser par une phrase l'évènement $B_1 \cup E$ puis calculer sa probabilité.

EXERCICE 2 **5 points**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;~2]$ par :
[f(x) = x + ln (x).(0)
On note f' la fonction dérivée de f sur $]0~;~2]$.

1. a) Montrer que, pour tout x de $]0~;~2]$, $f'(x) = \dfrac{x+1}{x}$

   b) Justifier que la fonction f est croissante sur l'intervalle $]0~;~2]$.

2. On note (Γ) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ du plan.

   Un dessin de* (Γ) *est donné en annexe 1. Ce dessin est à compléter et à rendre avec la copie.

   a) On note A le point de (Γ) d'abscisse 1. Calculer l'ordonnée du point A.

   b) Calculer le nombre dérivé de f en 1.

   c) Déterminer une équation de la droite (T) tangente à la courbe (Γ) en A. Tracer la droite (T).

   d) On note B les point d'intersection, de la droite (T) avec l'axe des abscisses.
   Placer le point B sur la figure et calculer ses coordonnées.

3. On admet que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]0~;~2]$.

   a) En utilisant le graphique, donner un encadrement de α d'amplitude 0,1.

   b) À l'aide d'une calculatrice, trouver un encadrement de α d'amplitude 0,01.

EXERCICE 3 **5 points**

Dans cet exercice, on appelle DIAGONALE d'un polygone régulier tout segment de droite joignant deux sommets *non consécutifs* du polygone. Ainsi, un triangle équilatéral ne possède aucune diagonale et un carré en possède deux.

1. Dans le **tableau de l'annexe 2, qui est à compléter et à rendre avec la copie,** tracer en couleur toutes diagonales des polygones réguliers à 5 et 6 côtés, puis indiquer leur nombre dans la ligne suivante.

   Dans la suite de l'exercice, on admet que le nombre d de diagonales d'un polygone régulier à n côtés (n étant un entier naturel supérieur ou égal à 3) est donné par la formule :

$$d = \frac{n(n-3)}{2}.$$

2. **Dans cette question, on cherche à déterminer dans quels polygones réguliers le nombre d de diagonales est un multiple entier du nombre n de côtés.**

   (a) Exploiter ce qui a été fait dans les questions précédentes pour dire si chacune des propositions suivantes est VRAIE ou FAUSSE. Chaque réponse doit être justifiée.

   Proposition n° 1 : Il existe au moins un polygone régulier pour lequel le nombre de diagonales est le double du nombre de côtés.

   Proposition n° 2 : Quel que soit un polygone régulier, le nombre des diagonales de ce polygone est le double du nombre de ses côtés.

   Proposition n° 3 : Quel que soit un polygone régulier, le nombre des diagonales de ce polygone est un multiple entier du nombre de ses côtés.

   (b) On considère l'algorithme suivant :

Entrée	k est un entier naturel non nul.
Initialisation	Affecter à n la valeur 3 ;
	Affecter à d la valeur 0.
Traitement	Tant que $d < k \times n$:
	Affecter à n la valeur $n+1$;
	Calculer $\dfrac{n \times (n-3)}{2}$ et affecter la valeur du résultat à d.
Sortie	Afficher n et d.

   Faire fonctionner l'algorithme pour $k = 3$. Interpréter le résultat obtenu en termes de nombres de côtés et de diagonales d'un polygone régulier.

   (c) Démontrer que, pour un entier naturel non nul k donné, $d = k \times n$ si et seulement si $n = 2k+3$.

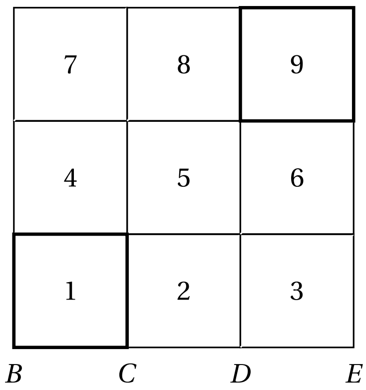
(d) ***Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.***

Déterminer les polygones réguliers dans lesquels le nombre d de diagonales est un multiple entier du nombre de côtés.

EXERCICE 4 **5 points**

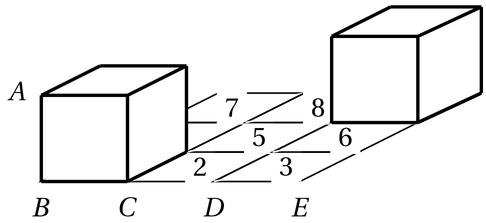
Un damier est composé de 9 cases carrées de même dimension. Ces cases sont numérotées de 1 à 9 comme l'indiquent les deux dessins ci-dessous. Le plan du damier est un plan horizontal.

On a déposé sur les cases 1 et 9 de ce damier deux cubes. Chaque face de ces deux cubes a exactement la même dimension que chaque case du damier.



Damier et cubes

Vue de dessus



Damier et cubes

représentation en perspective parallèle

Les points A, B, C, D et E sont tels que :

- A, B et C sont trois sommets du cube déposé sur la case 1 ;
- le segment $[BE]$ est un bord du damier ;
- C et D sont les points du segment $[BE]$ tels que $BC = CD = DE$.

L'objectif est de représenter en perspective centrale le damier et les deux cubes. On se place dans le cas où le bord $[DE]$ du damier et l'arête $[AB]$ du cube sont dans un plan frontal.

Dans **le dessin donné en annexe 3** on a commencé cette représentation en perspective centrale.

Les points a, b, c, d et e représentent dans cette perspective centrale les points A, B, C, D et E.

On a représenté en trait gras le bord $[be]$ du damier, et l'arête verticale $[ab]$ du cube posé sur la case 1.

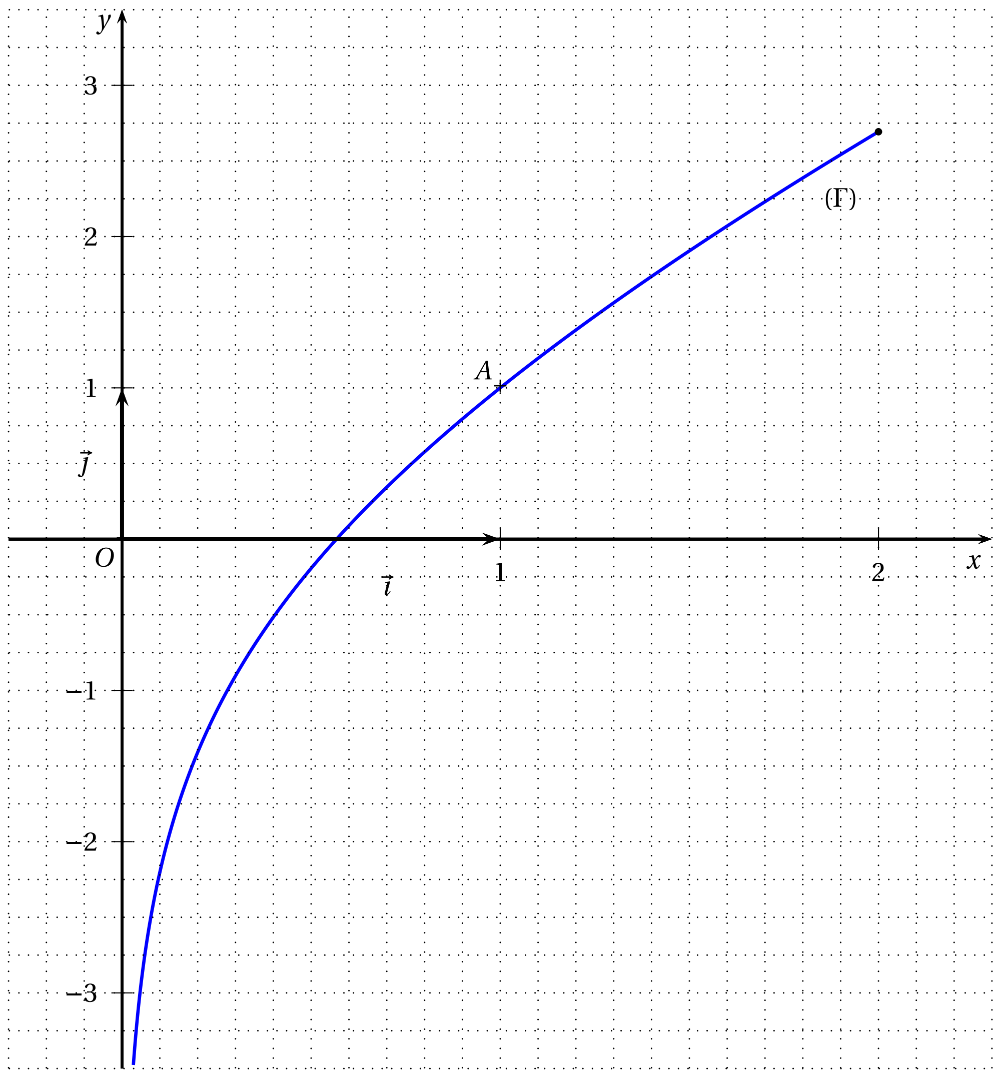
Ce dessin est à compléter et à rendre avec la copie.

Pour toutes les constructions de l'exercice, on laissera apparents les traits de construction.

1. Terminer la représentation en perspective centrale du damier.
2. Citer deux règles de la perspective à point de fuite qui peuvent être vérifiées sur la figure.
3. Représenter dans cette perspective centrale le cube déposé sur la case 1.
4. Représenter dans cette perspective centrale le cube déposé sur la case 9.

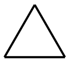
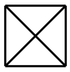
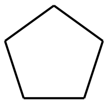
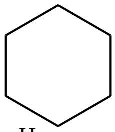
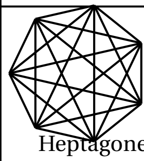
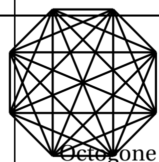
ANNEXE 1 (à compléter et à rendre avec la copie)

Exercice 2



ANNEXE 2 (à compléter et à rendre avec la copie)

Exercice 3

Nombre n de côtés	3	4	5	6	7	8
Tracé des diagonales du polygone	 Triangle équilatéral	 Carré	 Pentagone régulier	 Hexagone régulier	 Heptagone régulier	 Octogone régulier
Nombre d de diagonales	0	2	$\cdots$	$\cdots$	14	20

ANNEXE 2 (à compléter et à rendre avec la copie)

Exercice 4