Corrigé du baccalauréat ES Centres étrangers 13 juin 2017

EXERCICE 1 **4 POINTS**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples

1. Une variable aléatoire X suit une loi uniforme sur l'intervalle $[1~;~9]$, alors :

   a. $p(1 < X < 9) = \frac{1}{8}$ **b.** $\boxed{p(5 < X < 9) = \frac{1}{2}}$ **c.** $p(1 < X < 3) = \frac{3}{8}$ **d.** $p(1 < X < 2) = \frac{1}{2}$

   En effet,si X suit une loi uniforme sur l'intervalle $[a~;~b]$, $p(c < X < d) = \dfrac{d-c}{b-a}$

   d'où $p(1 < X < 9) = \dfrac{9-1}{9-1} = 1$

   $p(5 < X < 9) = \dfrac{9-5}{9-1} = \dfrac{1}{2}$

   Rem 1 : $p(1 < X < 3) = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$

   Rem 2 : $p(1 < X < 2) = \dfrac{1}{8}$.

2. Une enquête sanitaire a pour objectif d'estimer la proportion de personnes qui respectent le calendrier de vaccinations préconisé par le Haut Conseil de la Santé Publique. Pour obtenir un intervalle de confiance d'amplitude 0,01 au niveau de confiance 0,95 de cette proportion, il faut interroger :

   a. 200 personnes **b.** 400 personnes **c.** 10 000 personnes **d.** $\boxed{\text{40 000 personnes}}$

   L'amplitude de l'intervalle de confiance est $\dfrac{2}{\sqrt{n}}$

   On résout $\dfrac{2}{\sqrt{n}} = 0,01 \iff \sqrt{n} = 200 \iff n = 40\,000$

3. La solution de l'équation $x^{23} = 92$ est égale à :

   a. 4 **b.** 1,2 **c.** $\boxed{\mathrm{e}^{\frac{\ln(92)}{23}}}$ **d.** $\mathrm{e}^{\frac{\ln(23)}{92}}$

   En effet :

   $$\begin{aligned} x^{23} = 92 &\iff \ln(x^{23}) = \ln(92) \\ &\iff 23\ln(x) = \ln(92) \\ &\iff \ln(x) = \frac{\ln(92)}{23} \\ &\iff x = \mathrm{e}^{\frac{\ln(92)}{23}} \end{aligned}$$

4. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[-10~;~10]$ dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	-10		-5		3		10
$g(x)$	7	$\searrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-6

On note $I = \displaystyle\int_{-5}^{3} g(x)\,\mathrm{d}x$. On peut affirmer que :

a. $-5 \leqslant I \leqslant 3$ **b.** $2 \leqslant I \leqslant 4$ $\boxed{\textbf{c. } 16 \leqslant I \leqslant 32}$ **d.** $4 \leqslant I \leqslant 8$

La fonction g est strictement positive (et continue) sur l'intervalle $[-5~;~3]$ donc I, en unités d'aire, est égale à l'aire du domaine compris entre la courbe, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -5$ et $x = 3$.

La fonction g est strictement croissante sur l'intervalle $[-5~;~3]$ avec $g(-5) = 2$ et $g(3) = 4$ donc l'aire sous la courbe est comprise entre celle du rectangle d'aire $8 \times 2 = 16$ u.a. et celle du rectangle d'aire $8 \times 4 = 32$.

EXERCICE 2 6 POINTS

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-20~;~20]$ par

$$f(x) = (-2x+30)\mathrm{e}^{0,2x-3}.$$

1. a. Montrer que $f'(x) = (-0,4x+4)\mathrm{e}^{0,2x-3}$ pour tout réel x de l'intervalle $[-20~;~20]$.

On précisera la valeur exacte du maximum de f.

f est de la forme $u \times v$ avec $u(x) = -2x+30$ et $v(x) = \mathrm{e}^{0,2x-3}$ fonctions dérivables sur $[-20~;~20]$

$u'(x) = -2$ et $v'(x) = 0,2\mathrm{e}^{0,2x-3}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -2\mathrm{e}^{0,2x-3} + (-2x+30) \times 0,2\mathrm{e}^{0,2x-3} \\ &= \mathrm{e}^{0,2x-3}(-2-0,4x+6)) \\ &= \mathrm{e}^{0,2x-3}(-0,4x+4). \end{aligned}$$

b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-20;20]$.

$\mathrm{e}^{0,2x-3}$ positif quel que soit le réel x, donc $f'(x)$ est du signe de $-0,4x+4$.

$-0,4x+4 = 0 \iff x = 10$ et $-0,4x+4 > 0 \iff x > 10$.

x	-20		10		20
$-0,4x+4$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$70\mathrm{e}^{-7}$	$\nearrow$	$10\mathrm{e}^{-1}$	$\searrow$	$-10\mathrm{e}$

2. a. Montrer que, sur l'intervalle $[-20~;~20]$, l'équation $f(x) = -2$ admet une unique solution α.

Sur l'intervalle $[-20~;~-10]$ la fonction f est positive donc l'équation $f(x) = -2$ n'a pas de solution.

Sur l'intervalle $[-10~;~20]$ la fonction f est dérivable donc continue et strictement décroissante. $f(-10) = 10\mathrm{e}^{-1} \simeq 3,7$ et $f(20) = -10\mathrm{e} \simeq -27,2$

D'après la propriété des valeurs intermédiaires, pour tout réel $k \in [-10\mathrm{e}~;~50\mathrm{e}^{-5}]$ l'équation $f(x) = k$ admet une solution unique. En particulier l'équation $f(x) = -2$ admet une solution unique α.

b. Donner un encadrement de α d'amplitude $0,1$. À l'aide de la table de la calculatrice on obtient :

$f(15,8) \simeq -1,877$, $f(15,9) \simeq -2,154$ donc $15,8 < \alpha < 15,9$.

3. Un logiciel de calcul formel donne les résultats ci-dessous :

1	Dériver $(-10x+200)\mathrm{e}^{0,2x-3}$
	$(-2x+30)\mathrm{e}^{0,2x-3}$
2	Dériver $(2x+30)\mathrm{e}^{0,2x-3}$
	$(-0,4x+4)\mathrm{e}^{0,2x-3}$
3	Dériver $(-0,4x+4)\mathrm{e}^{0,2x-3}$
	$(-0,08x+0,4)\mathrm{e}^{0,2x-3}$

Répondre aux deux questions suivantes en utilisant les résultats donnés par le logiciel :

a. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_{10}^{15} f(x)\,\mathrm{d}x$.

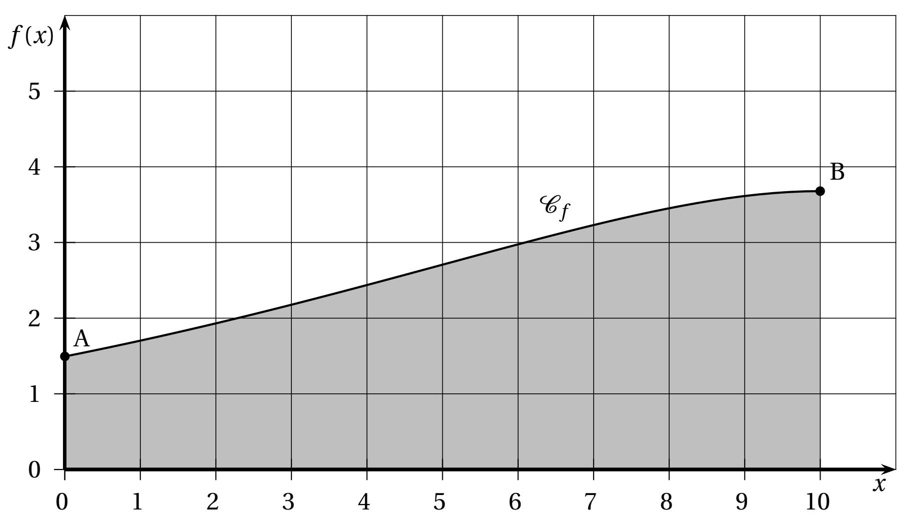
$\displaystyle\int_{10}^{15} f(x)\,\mathrm{d}x = F(15)-F(10$ où F est une primitive de f.
D'après le logiciel $F(x)=(-10x+200)\mathrm{e}^{0,2x-3}$ donc
$F(15)-F(10)=50\mathrm{e}^{0}-100\mathrm{e}^{-1}=50-100\mathrm{e}^{-1}$

b. Déterminer le plus grand intervalle sur lequel la fonction f est convexe et préciser l'abscisse du point d'inflexion.

f est concave sur I si f'' est négative sur I.
Or $f''(x)=(-0,08x+0,4)\mathrm{e}^{0,2x-3}$
Pour tout réel x, $\mathrm{e}^{0,2x-3}>0$ donc f'' est du signe de $-0,08x+0,4$.
$-0,08x+0,4=0 \iff x=5$ et $-0,08x+0,4\leqslant 0 \iff x\geqslant 5$.
Sur $[5 ; 20]$, f est concave.

Partie B

Une station de ski souhaite ouvrir une nouvelle piste au public. Le relief de cette piste est modélisé ci-dessous par la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie dans la partie A sur l'intervalle $[0; 10]$. Le point B représente le départ de la nouvelle piste et le point A représente la station de ski où se trouve l'arrivée.



Le réel x représente la distance horizontale, exprimée en km, depuis la station de ski et $f(x)$ représente l'altitude, exprimée en km.
On appelle pente de la piste au point M, le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point M. Par exemple, une pente de 15 % en un point de la piste correspond à un coefficient directeur de $\dfrac{15}{100}=0,15$.

1. **1.** On appelle dénivelé d'une piste de ski, la différence d'altitude entre le point de départ et le point d'arrivée de cette piste. Calculer le dénivelé de cette nouvelle piste. On arrondira le résultat au mètre.

   L'altitude du point A est l'image de 0 par f et celle du point B l'image de 10 par f.

   Donc le dénivelé de la nouvelle piste est, arrondi au mètre :

   $$\begin{aligned} f(10) - f(0) &= 10\mathrm{e}^{-1} - 30\mathrm{e}^{-3} \\ &\simeq 2,185 \end{aligned}$$

   Le dénivelé est donc d'environ 2 185 mètres.

2. La station de ski doit déterminer la difficulté de cette nouvelle piste en fonction de la pente.

- La piste sera classée noire, c'est-à-dire très difficile, si au moins une portion de la piste a une pente supérieure ou égale à 40 %.
- La piste sera classée rouge, c'est-à-dire difficile, si au moins une portion de la piste a une pente strictement comprise entre 25 % et 40 % (et aucune portion avec une pente supérieure ou égale à 40 %).
- Si toutes les portions de la piste ont une pente inférieure ou égale à 25 % alors la piste sera classée bleue, c'est-à-dire facile.

Déterminer le niveau de difficulté de cette nouvelle piste. Justifier la réponse.

On étudie les variations de f'.Pour cela on étudie le signe de la dérivée f'' sur $[0 ; 10]$.

x	0		5		20
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f'	$4\mathrm{e}^{-3}$	↗	$2\mathrm{e}^{-2}$	↘	0

Le maximum de f sur $[0 ; 10]$ est $f'(5) = 2\mathrm{e}^{-2} \approx 0,27$.

La pente maximale est donc d'environ 27%. Ainsi une portion de la pente a une pente strictement compris entre 25 % et 40 % et aucune portion n'a une pente supérieure ou égale à 40 %.La piste sera donc classée rouge (assez difficile).

EXERCICE 3 — 5 POINTS

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

La renouée du Japon est une plante à croissance très rapide et très invasive.

Un jardinier souhaite faire disparaître de son terrain cette espèce qui occupe une superficie de 120 m^2 au 1$^{\text{er}}$ janvier 2017. Pour cela, chaque année au printemps, il procède à un arrachage qui permet de réduire de 10 % la superficie de terrain envahi l'année précédente. Cependant, cette espèce de plante ayant une puissance de dissémination très importante, de nouvelles pousses apparaissent chaque été et envahissent une nouvelle parcelle de terrain d'une superficie de 4 m^2.

1. Déterminer la superficie de terrain envahi par cette plante au 1$^{\text{er}}$ janvier 2018.

Au 1$^{\text{er}}$ janvier 2018, les 120 m^2 du 1$^{\text{er}}$ janvier 2017 auront été réduit de 10% et les nouvelles pousses seront apparues sur une superficie de 4 m^2.

Diminuer de 10% revient à multiplier par 0,9 donc on aura au 1$^{\text{er}}$ janvier 2018 :

$$120 \times 0,9 + 4 = 112$$

La superficie de terrain envahi par cette plante au 1$^{\text{er}}$ janvier 2018 sera donc de 112 m^2.

On modélise la situation par une suite (u_n) où u_n représente la superficie de terrain en m^2 envahi par la Renouée du Japon au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $2017 + n$.

La suite (u_n) est donc définie par $u_0 = 120$ et, pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = 0,9u_n + 4$.

2. Le jardinier souhaite connaître l'année à partir de laquelle il aura réduit au moins de moitié la superficie de terrain envahi par rapport au 1er janvier de l'année 2017.

Recopier et compléter les lignes L1, L3, L4 et L7 de l'algorithme suivant afin qu'il détermine l'année souhaitée.

On ne demande pas de faire fonctionner l'algorithme.

L1	U prend la valeur 120
L2	N prend la valeur 0
L3	Tant que $U > 60$
L4	U prend la valeur $U * 0,9 + 4$
L5	N prend la valeur $N + 1$
L6	Fin tant que
L7	Afficher $2017 + N$

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 40$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,9$ et préciser le premier terme.

Pour tout entier n on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 40 \\ &= 0,9u_n + 4 - 40 \\ &= 0,9(v_n + 40) - 36 \\ &= 0,9v_n + 36 - 36 \\ &= 0,9v_n \end{aligned}$$

$v_0 = u_0 - 40 = 120 - 40 = 80$

Donc la suite (v_n) est géométrique de premier terme $v_0 = 80$ et de raison $q = 0,9$.

b. Exprimer v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

(v_n) est géométrique de premier terme $v_0 = 80$ et de raison $q = 0,9$ donc,
pour tout n, $v_n = v_0 \times q^n = 80 \times 0,9^n$.

c. Justifier que $u_n = 80 \times 0,9^n + 40$ pour tout entier naturel n.

On a vu que, pour tout n, $v_n = 80 \times 0,9^n$ et $u_n = v_n + 40$ donc,
pour tout n, $u_n = 80 \times 0,9^n + 40$.

4. a. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation
$80 \times 0,9^n + 40 \leqslant 60$.

$$\begin{aligned} 80 \times 0,9^n + 40 \leqslant 60 &\iff 80 \times 0,9^n \leqslant 60 - 40 \\ &\iff 0,9^n \leqslant \frac{20}{80} \\ &\iff \ln\left(0,9^n\right) \leqslant \ln(0,25) && \text{croissance de la fonction ln sur }]0\,;\,+\infty[\\ &\iff n \times \ln(0,9) \leqslant \ln(0,25) && \text{propriété de la fonction ln} \\ &\iff n \geqslant \left(\frac{\ln(0,25)}{\ln(0,9}\right) && \text{car } \ln(0,9) < 0 \\ &\iff n \geqslant 13,16 \end{aligned}$$

Les solutions de cette inéquation sont donc les entiers naturels supérieurs ou égaux à 14

b. En déduire l'année à partir de laquelle la superficie envahie par la plante sera réduite au moins de moitié par rapport au 1er janvier de l'année 2017.

L'année à partir de laquelle il aura réduit au moins de moitié la superficie de terrain envahi par rapport au 1er janvier de l'année 2017 est donc $2017 + 14 = 2031$.

5. Le jardinier arrivera-t-il à faire disparaître complètement la plante de son terrain ? Justifier la réponse.

(v_n) est une suite géométrique de raison 0,9 ;

or $0 < 0,9 < 1$ donc la suite (v_n) a pour limite 0.

Pour tout n, $u_n = v_n + 40$ donc la suite (u_n) a pour limite 40.

Au bout d'un grand nombre d'années la superficie envahie par cette plante sera de 40 m^2. Le jardinier n'arrivera donc pas à faire disparaître complètement la plante de son terrain.

EXERCICE 3 — 5 POINTS

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un parti politique organise une élection en son sein pour désigner son candidat à l'élection présidentielle. Seuls les adhérents de ce parti peuvent voter à cette élection et ils ont le choix entre deux candidats A et B.
Pendant la campagne électorale, certains adhérents indécis changent d'avis.
Un institut de sondage consulte chaque mois le même échantillon d'adhérents et recueille leurs intentions de vote.
Il observe que l'évolution de l'état de l'opinion peut être modélisée de la façon suivante.
Chaque mois :

- 5 % des adhérents ayant déclaré vouloir voter pour le candidat A le mois précédent changent d'avis et déclarent vouloir voter pour le candidat B.
- 3 % des adhérents ayant déclaré vouloir voter pour le candidat B le mois précédent déclarent vouloir voter pour le candidat A.

Au début de la campagne électorale, 65 % des adhérents déclarent vouloir voter pour le candidat A.
On représente ce modèle par un graphe probabiliste $(\mathscr{G})$ de sommets A et B où :

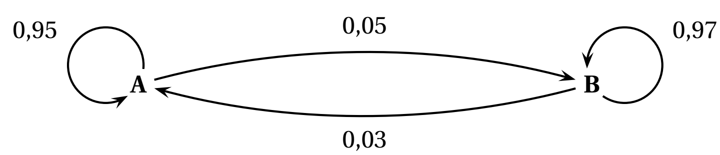
- A est l'évènement : « l'adhérent déclare vouloir voter pour le candidat A » ;
- B est l'évènement : « l'adhérent déclare vouloir voter pour le candidat B ».

Dans la suite de l'exercice, on note :

- a_n la probabilité qu'un adhérent déclare vouloir voter pour le candidat A, le n-ième mois après le début de la campagne. On a donc $a_0 = 0,65$.
- b_n la probabilité qu'un adhérent déclare vouloir voter pour le candidat B, le n-ième mois après le début de la campagne.

On note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ l'état probabiliste correspondant aux intentions de vote le n-ième mois après le début de la campagne. On a donc $P_0 = \begin{pmatrix} 0,65 & 0,35 \end{pmatrix}$.

1. **a.** Dessiner le graphe probabiliste $(\mathscr{G})$ de sommets A et B.
   L'énoncé se traduit par le graphe probabiliste suivant :



   b. Écrire la matrice de transition M associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique. $M = \begin{pmatrix} 0,95 & 0,05 \\ 0,03 & 0,97 \end{pmatrix}$.

2. **2.** Démontrer que $P_l = \begin{pmatrix} 0,628 & 0,372 \end{pmatrix}$.
   $P_0 = \begin{pmatrix} 0,65 & 0,35 \end{pmatrix}$.

   $P_1 = P_0 \times M = \begin{pmatrix} 0,628 & 0,372 \end{pmatrix}$

3. **3.** On note $P = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ l'état stable associé à ce graphe.
   a. Démontrer que les nombres a et b sont solutions du système

$$\left\{\begin{array}{rcl} 0,05a-0,03b & = & 0\\ a+\quad b & = & 1\end{array}\right. .$$

On sait que l'état stable $P=\begin{pmatrix}a & b\end{pmatrix}$ vérifie l'équation : $P=P\times M$.

On a donc le système : $\left\{\begin{array}{lcl}\begin{pmatrix}a & b\end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix}a & b\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0,95 & 0,05\\ 0,03 & 0,97\end{pmatrix}\\ a+b & = & 1\end{array}\right. \iff$

$\left\{\begin{array}{lcl} a & = & 0,95a+0,03b\\ b & = & 0,05a+0,97b\\ a+b & = & 1\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} 0,05a-0,03b & = & 0\\ -0,05a+0,03b & = & 0\\ a+b & = & 1\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} 0,05a-0,03b & = & 0\\ a+b & = & 1\end{array}\right.$

b. Résoudre le système précédent.

$\left\{\begin{array}{lcr} 0,05(1-b)-0,03b & = & 0\\ a & = & 1-b\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcr} 0,05 & = & 0,08b\\ a & = & 1-b\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcr} \dfrac{0,05}{0,08} & = & b\\ a & = & 1-b\end{array}\right. \iff$

$\left\{\begin{array}{lcl} \dfrac{5}{8} & = & b\\ a & = & \dfrac{3}{8}\end{array}\right.$

On a donc $P=\begin{pmatrix}\dfrac{3}{8} & \dfrac{5}{8}\end{pmatrix}$.

c. Interpréter dans le contexte de l'exercice la solution obtenue à la question **3. b.**

On a $P=\begin{pmatrix}0,375 & 0,625\end{pmatrix}$.

Cela signifie qu'à long terme le candidat A obtiendrait 37,5 % des voix contre 62,5 % pour le candidat B.

4. a. Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a $a_{n+1}=0,92a_n+0,03$.

$P_{n+1}=\begin{pmatrix}a_{n+1} & b_{n+1}\end{pmatrix}$

$P_{n+1}=P_n\times M$

On obtient donc le système :

On a donc le système : $\left\{\begin{array}{lcr}\begin{pmatrix}a_{n+1} & b_{n+1}\end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix}a_n & b_n\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0,95 & 0,05\\ 0,03 & 0,97\end{pmatrix}\\ a_n+b_n & = & 1\end{array}\right.$

$\iff \left\{\begin{array}{lcl} a_{n+1} & = & 0,95a_n+0,03b_n\\ a_n+b_n & = & 1\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} a_{n+1} & = & 0,95a_n+0,03\,(1-a_n)\\ b_n & = & 1-a_n\end{array}\right. \iff$

$\left\{\begin{array}{lcl} a_{n+1} & = & 0,92a_n+0,03\\ b_n & = & 1-a_n\end{array}\right.$

b. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n=a_n-0,375$.

Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q=0,92$ et préciser le premier terme.

Pour tout entier n on a :

$v_{n+1}=a_{n+1}-0,375=0,92a_n+0,03-0,375=0,92\,(v_n+0,375)-0,345=$

$0,92v_n+0,345-0,345=0,92v_n$

$v_0=a_0-0,375=0,65-0,375=0,275$.

Donc v_n est une suite géométrique de raison 0,92 et de premier terme $v_0=0,275$.

c. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n et en déduire que : $a_n=0,275\times 0,92^n+0,375$.

(v_n) est géométrique de premier terme $v_0=0,275$ et de raison $q=0,92$ donc,

pour tout n, $v_n=v_0\times q^n=0,275\times 0,92^n$.

Or $a_n=v_n+0,375=0,275\times 0,92^n+0,375$

5. La campagne électorale dure 11 mois. Si la modélisation de l'institut de sondage est valable, quel candidat sera probablement élu ? Justifier la réponse.

On calcule a_{11}.

$a_{11} = 0,275 \times 0,92^{11} + 0,375 \simeq 0,488$.

Donc moins de la moitié des personnes déclarent voter pour le candidat A après 11 mois. C'est donc le candidat B qui sera élu.

EXERCICE 4 5 POINTS

Commun à tous les candidats

Une base nautique propose la location de différentes embarcations pour visiter les gorges du Verdon. Les touristes peuvent louer des kayaks, des pédalos ou des bateaux électriques, pour une durée de 1 heure ou 2 heures.

Les parties A *et* B *sont indépendantes*

Partie A

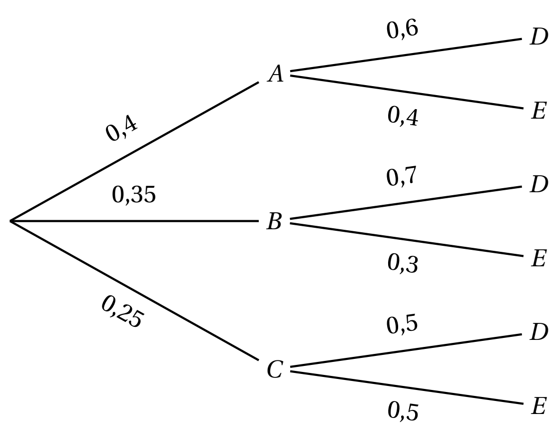
Une étude statistique met en évidence que :

- 40 % des embarcations louées sont des pédalos ;
- 35 % des embarcations louées sont des kayaks ;
- les autres embarcations louées sont des bateaux électriques ;
- 60 % des pédalos sont loués pour une durée de 1 heure ;
- 70 % des kayaks sont loués pour une durée de 1 heure ;
- la moitié des bateaux électriques sont loués pour une durée de 1 heure.

On interroge au hasard un touriste qui vient pour louer une embarcation. On note A, B, C, D et E les évènements suivants :

- A : « l'embarcation louée est un pédalo » ;
- B : « l'embarcation louée est un kayak » ;
- C : « l'embarcation louée est un bateau électrique » ;
- D : « l'embarcation est louée pour une durée de 1 heure » ;
- E : « l'embarcation est louée pour une durée de 2 heures ».

1. Traduire la situation par un arbre pondéré.



2. Calculer la probabilité $p(A \cap E)$.

$p(A \cap E) = p(A) \times p_A(E) = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

3. **Montrer que la probabilité que l'embarcation soit louée pour une durée de 2 heures est égale à 0,39.**

   Les évènements A, B et C forment une partition de l'univers donc d'après la formule d es probabilités totales on a :

   $p(E) = p(A \cap E) + p(B \cap E) + p(C \cap E)$

   $= 0,16 + 0,35 \times 0,3 + 0,25 \times 0,5 = 0,39.$

   La probabilité que l'embarcation soit louée pour une durée de 2 heures est égale à 0,39

4. **Sachant que l'embarcation a été louée pendant 2 heures, quelle est la probabilité que ce soit un bateau électrique? Arrondir le résultat au centième.**

   $p_E(C) = \dfrac{p(E \cap C}{p(E)} = \dfrac{0,25 \times 0,5}{0,39} \simeq 0,32$

5. **La base nautique pratique les tarifs suivants :**

	1 heure	2 heures
Pédalo	15 €	25 €
Kayak	10 €	16 €
Bateau électrique	35 €	60 €

   En moyenne, 200 embarcations sont louées par jour. Déterminer la recette journalière que peut espérer la base nautique.

   On peut estimer le nombre d'embarcations de chaque catégorie qui sera loué à l'aide des probabilités du graphes. Pour 200 embarcations louées, on peut estimer qu'il y aura :

	1 heure	2 heures
Pédalo	$200 \times 0,4 \times 0,6 = 48$	$200 \times 0,4 \times 0,4 = 32$
Kayak	$1200 \times 0,35 \times 0,7 = 49$	$200 \times 0,35 \times 0,3 = 21$
Bateau électrique	$200 \times 0,5 \times 0,25 = 25$	$200 \times 0,5 \times 0,25 = 25$

   La recette estimée est alors de :

   $R = 48 \times 15 + 32 \times 25 + 49 \times 20 + 21 \times 16 + 25 \times 35 + 25 \times 60 = 4721$

   La base nautique peut donc espérer une recette journalière de 4 721 euros.

Partie B

Dans cette partie les résultats seront arrondis au millième

Les bateaux électriques sont équipés d'une batterie d'une autonomie moyenne de 500 minutes.
Les batteries des bateaux sont rechargées uniquement à la fin de chaque journée d'utilisation.
On note X la variable aléatoire correspondant à la durée de fonctionnement de la batterie d'un bateau, exprimée en minutes. On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 500$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

1. **À l'aide de la calculatrice, calculer $p(490 < X < 520)$.**

   $p(490 < X < 520) \simeq 0,819.$

2. **Chaque jour, les bateaux sont utilisés pendant une durée de 8 heures sans être rechargés. Déterminer la probabilité que la batterie d'un bateau soit déchargée avant la fin de la journée.**

   On cherche $p(X < 480)$

   À l'aide de la calculatrice on obtient $p(X < 480) \simeq 0,023$.

   La probabilité que la batterie d'un bateau soit déchargée avant la fin de la journée est d'environ 0,023.

3. Déterminer l'entier a tel que $p(X < a) \approx 0,01$.

La calculatrice nous donne alors avec la répartition normale réciproque :

$p(X < a) \approx 0,01 \iff a \simeq 476,737$.

Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Cela signifie que la probabilité que batterie d'un bateau soit déchargée avant 477 minutes d'utilisation est d'environ 0,01.