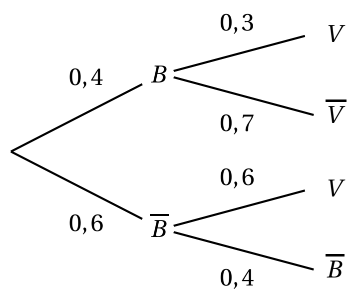
# Corrigé du baccalauréat ES Pondichéry 21 avril 2010

**EXERCICE 1** **5 points**

**Commun à tous les candidats**

1. **a.**




**b.** $p\left(\overline{B}\cap\overline{V}\right)=p\left(\overline{B}\right)\times p_{\overline{B}}\left(\overline{V}\right)=0,6\times 0,4=0,24$, on trouve bien le résultat attendu.
24 % des automobilistes n'ont pris aucun itinéraire de délestage.

**c.** Formule des probabilités totales :
$p\left(\overline{V}\right)=p\left(B\cap\overline{V}\right)+p\left(\overline{B}\cap\overline{V}\right)=p(B)\times p_B\left(\overline{V}\right)+0,24=0,4\times 0,7+0,24=0,52.$
La probabilité que l'automobiliste ne choisisse pas le route départementale entre Valence et Marseille est $0,52$.

2. **a.** Paris-Marseille par autoroute : 14 heures ;
Paris- Marseille par la nationale entre Beaune et Marseille : 11 heures ;
Paris-Marseille par autoroute jusqu'à Valence puis nationale : 12 heures ;
Paris-Marseille par nationale entre Beaune et Valence puis autoroute : 13 heures .

| temps | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|
| probabilité | $0,4\times 0,3=0,12$ | $0,6\times 0,6=0,36$ | $0,4\times 0,7=0,28$ | $0,6\times 0,4=0,24$ |

**b.** L'espérance est égale à $0,12\times 11+0,36\times 12+0,28\times 13+0,24\times 14=12,64$.
Un automobiliste met en moyenne 12,64 heures pour effectuer le trajet (soit environ 12 h 38 min).

**EXERCICE 2** **5 points**

**PARTIE A**

1. La calculatrice donne : $y=2,45x+69,3$.
2. L'année 1993 correspond à $x=8$ ; l'équation précédente donne alors $y=88,9$ soit $88,9$ millions d'habitants ; l'ajustement ne paraît pas adapté.

**PARTIE B**

1.

| année | 1958 | 1963 | 1968 | 1973 | 1993 | 1998 | 2003 | 2008 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| $z_i=\mathrm{e}^{\frac{y_i}{100}}$ | 2,04 | 2,10 | 2,16 | 2,20 | 2,25 | 2,27 | 2,28 | 2,28 |

2. On obtient $z=0,02x+2,07$.

**3.** D'après ce qui précède, on a $\mathrm{e}^{\frac{y}{100}} = 0,02x+2,07 \iff \dfrac{y}{100} = \ln(0,02x+2,07) \iff y = 100\ln(0,02x+2,07)$. C. Q. F. D.

**4.** L'année 2013 correspond à $x = 12$ alors $y \approx 83,72$, soit une population d'environ 83,72 millions d'habitants

**EXERCICE 3** **5 points**

**PARTIE A**

**1.** $\lim\limits_{x\to+\infty} -0,039x = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{x} = 0$, donc par composée, $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{-0,039x} = 0$.
Donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1-\mathrm{e}^{-0,039x}\right) = 1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} A(X) = 4$.

**2.** $A$ est de la forme $4 \times \dfrac{1}{u}$ et la dérivée de $\dfrac{1}{u}$ est $-\dfrac{u'}{u^2}$ ; d'autre part, la dérivée de $\mathrm{e}^{u}$ est $u'\mathrm{e}^{u}$ donc :
$A'(x) = 4 \times \left[-\dfrac{-\left(-0,039\mathrm{e}^{-0,039x}\right)}{\left(1-\mathrm{e}^{-0,039x}\right)^2}\right] = -\dfrac{-0,156\mathrm{e}^{-0,039x}}{\left(1-\mathrm{e}^{-0,039x}\right)^2}$ C. Q. F. D.

**3.** Le dénominateur est un carré donc positif; une exponentielle est aussi positive, donc la dérivée est du signe de $-0,156$ soit négative.
$A(1) = \dfrac{4}{1-\mathrm{e}^{-0,039}} \approx 104,577$.

| $x$ | |
|---|---|
| $A'(x)$ | 1 $-$ $+\infty$ |
| $A(x)$ | $A(1)$ ↘ 4 |

**PARTIE B**

**1.** $A(1) \approx 104,577$; $A(10) \approx 12,386$; $A(20) \approx 7,386$.
Si on emprunte 100 000 € sur 1 an, il faudra rembourser 104 577€.
Si on emprunte 100 000 € sur 10 ans, il faudra rembourser 12 386 € par an soit un total de 123 860 €.

**2.** $A(n)$ est le montant en milliers d'€ d'une annuité lorsqu'on emprunte sur $n$ années; on rembourse donc en tout $A(n)\times n$ milliers d'€ pour un emprunt de 100 milliers d'€, soit des intérêts d'un montant de $A(n) \times n - 100$. C. Q. F. D.

**3.**

| Durée de l'emprunt $n$ | 10 ans | 15 ans | 20 ans |
|---|---|---|---|
| Montant d'une annuité $A(n)$ | 12,386 | 9,032 | 7,386 |
| Montant $S(n)$ des $n$ annuités payées à la banque | 123,86 | 135,48 | 147,72 |
| Intérêts $I(n)$ versés à la banque | 23,86 | 35,48 | 47,72 |

**4.** **a.** On retrouve $I(10)$ sur la graphique en prenant la distance entre le point d'abscisse 10 de la courbe $\mathscr{C}_S$ et la droite (horizontale) d'équation $y = 100$,

**b.** Les intérêts correspondent à la distance entre un point de $\mathscr{C}_S$ et la droite (horizontale) d'équation $y = 100$. Cette distance augmente lorsque $x$ augmente, la fonction est donc croissante.

**Exercice 4** **5 points**

**PARTIE A**

La courbe $\mathscr{C}_1$ correspond à $f$ et la courbe $\mathscr{C}_2$ correspond à $f'$ ; en effet, regardons le signe de la fonction représentée par la courbe $\mathscr{C}_2$ :
positif sur $]-\infty\ ;\ -1[$ et sur $]3\ ;\ +\infty[$ ;
négatif sur $]-1\ ;\ 3[$
Alors la fonction $f$ serait strictement croissante sur $]-\infty\ ;\ -1]$, puis strictement décroissante sur $[-1\ ;\ 3]$ et enfin strictement croissante sur $[3\ ;\ +\infty[$ ; ce qui correspond aux variations de la fonction représentée pas la courbe $\mathscr{C}_1$.

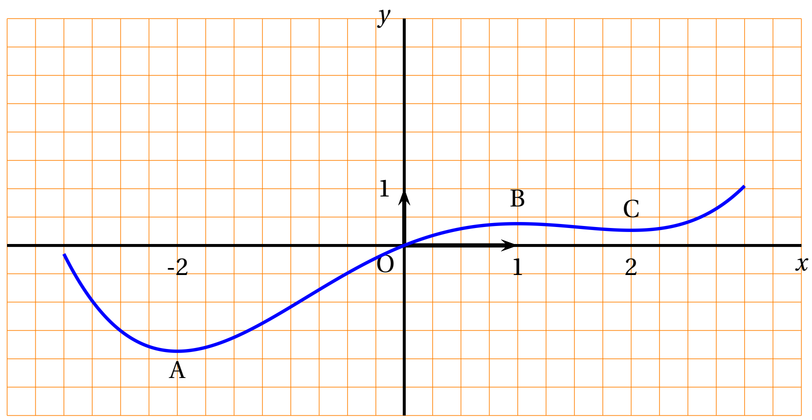
**PARTIE B**

1. $g'(x) = 0$ admet trois solutions sur $[-3\ ;\ 3]$, donc la courbe de la fonction $g$ admet 3 tangentes horizontales ici en A, B et C.
2. On connait les variations de $\ln(h)$, composée de la fonction $h$ suivie de la fonction ln. Or, nous savons que :
   - $\ln(u)$ est définie sur l'ensemble des réels $x$ tels que $u(x)$ soit strictement positif ;
   - $\ln(u)$ et $u$ ont mêmes variations (en effet, $(\ln(u))' = \dfrac{u'}{u}$, et comme $u$ est strictement positif, $(\ln(u))'$ a le même signe que $u'$).

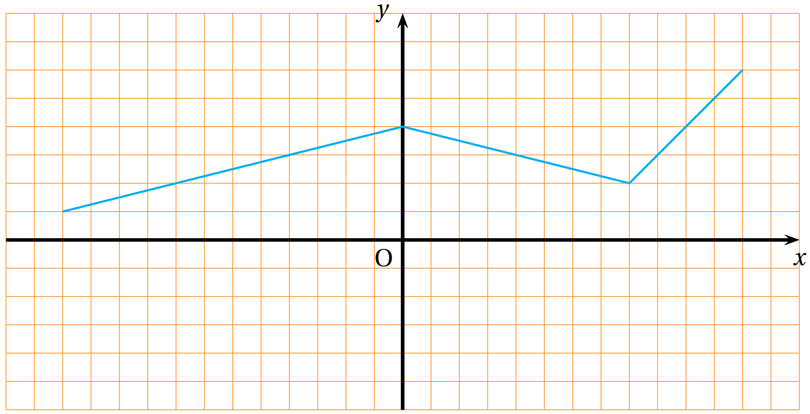
   Donc, $h$ doit être positive sur $[-3\ ;\ 3]$ donc sa courbe se situe au dessus de l'axe des abscisses ; de plus $h$ doit être strictement croissante sur $[-3\ ;\ 0]$ puis strictement décroissante sur $[0\ ;\ 2]$ et enfin, strictement croissante sur $[2\ ;\ 3]$.
   Une fonction affine par morceaux convient.
3. si $k$ est positive sur $[-3\ ;\ 3]$, alors, $\displaystyle\int_1^3 k(x)\,\mathrm{d}x$ correspond à l'aire, en unités d'aire, du domaine limité par la courbe, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$ ; il suffit de construire une courbe pour laquelle ce domaine a une aire comprise entre 4 et 6 unités d'aire. Sur la figure ci-dessous, le rectangle hachuré représente l'unité d'aire ; la patrie quadrillée est la domaine limité par la courbe, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$ ; son aire est bien comprise entre 4 et 6 fois celle du rectangle (unité).
   La fonction $k$ est définie sur $[-3\ ;\ 3]$ par $k(x) = \dfrac{x+3}{2}$.

**À rendre avec la copie**

**Partie B 1.**



**Partie B 2.**




**Partie B 3.**