Durée : 3 heures

Corrigé du baccalauréat ES Polynésie septembre 2009

EXERCICE 1 **4 points**

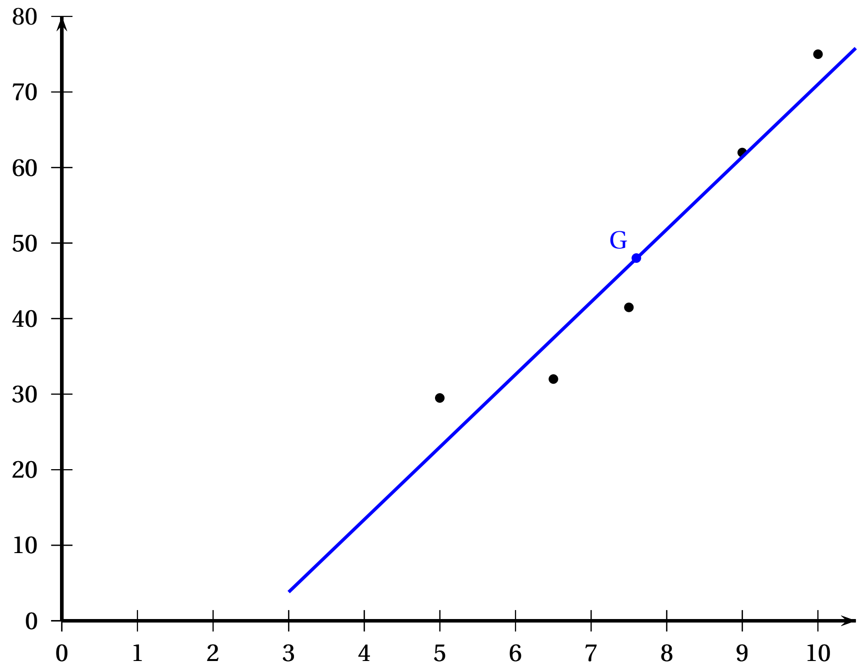
Commun à tous les candidats

1. On ne peut rien dire des variations de f.
2. Par composition d'une fonction croissante et d'une fonction décroissante, on peut dire que g est strictement décroissante sur $[10\ ;\ +\infty[$.
3. F étant la primitive de f sur I, qui prend la valeur $\frac{3}{7}$ en 1, on a :
   $\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = [F(t)]_0^1 = F(1) - F(0) = \frac{2}{5}$.
   Soit $\frac{3}{7} - F(0) = \frac{2}{5} \iff F(0) = \frac{3}{7} - \frac{2}{5} = \frac{15-14}{35} = \frac{1}{35}$.
4. On ne peut rien dire car on ne connait pas le signe de $f(x)$.

EXERCICE 2 **6 points**

Commun à tous les candidats

1. **a.**



   b. G(7,6 ; 48). Voir sur la figure

   c. Après arrondis au dixième, on obtient comme équation de la droite d'ajustement : $y = 9,6x - 25$.

   d. Avec $x = 11,4$ centaines de milliers, on obtient :
   $y = 9,6 \times 11,4 - 25 = 84,44$.
   En utilisant la droite d'ajustement on pouvait prévoir 84,4 centaines de milliers d'entrées sur la France pour « Les bronzés 3 ».

2. **a.**

x_i	10	9	7,5	6,5	5
y_i	75	62	41,5	32	29,5
$z_i = \ln(y_i)$	4,32	4,13	3,73	3,47	3,38

b. Après arrondis au millième, on obtient comma équation de la droite d'ajustement : $z = 0,202x + 2,271$.

c. On a donc $z = \ln y = 0,202x + 2,271 \iff y = \text{e}^{0,202x+2,271} = \text{e}^{0,202x} \times \text{e}^{2,271}$. Or $\text{e}^{2,271} \approx 9,689$, donc $y \approx 9,689\text{e}^{0,202x}$.

d. Avec $x = 11,4$, on obtient avec cet ajustement logarithmique, $y \approx 9,689\text{e}^{0,202\times 11,4} \approx 96,91$.
Soit environ 9 691 000 entrées sur la France.

3. C'est le deuxième ajustement qui est le plus proche.

EXERCICE 3 — 5 points

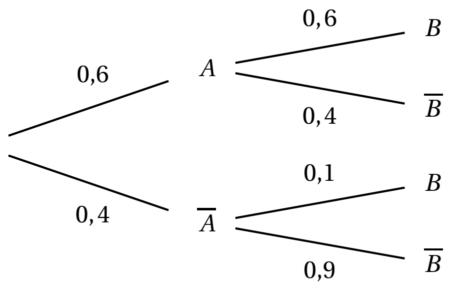
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

1. $p\left(\overline{A}\right) = 1 - x$.
2. On a donc $x(1-x) = 0,24 \iff x - x^2 = 0,24 \iff x^2 - x + 0,24 = 0$.
   $\Delta = 1 - 4 \times 0,24 = 1 - 0,96 = 0,04 = 0,2^2$. Il y donc deux solutions :
   $x_1 = \dfrac{1+0,2}{2} = 0,6$ et $x_2 = \dfrac{1-0,2}{2} = 0,4$.

Partie B

1. $p(A) = 0,6$: $p\left(\overline{A}\right) = 1 - 0,6 = 0,4$ et $p_{\overline{A}}(B) = \frac{3}{5} = 0,6$.



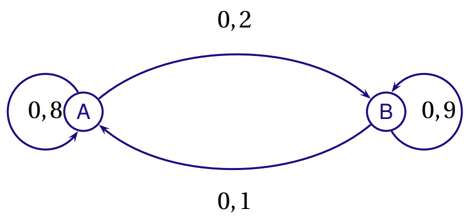
2. **a.** « le lecteur a choisi l'abonnement à la "Revue Spéciale d'Économie" et au "Guide des Placements en Bourse" ».
   $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B) = 0,6 \times 0,6 = 0,36$.

   b. « le lecteur n'a pas choisi l'abonnement à la "Revue Spéciale d'Économie" et n'a pas choisi l'abonnement au "Guide des Placements en Bourse" ».
   $p\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = p\left(\overline{A}\right) \times p_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right) = 0,4 \times 0,9 = 0,36$.
3. D'après la loi des probabilités totales :
   $p(B) = p(A \cap B) + p\left(\overline{A} \cap B\right)$
   Or $p\left(\overline{A} \cap B\right) = p\left(\overline{A}\right) \times p_{\overline{A}}(B) = 0,4 \times 0,1 = 0,04$.
   Donc $p(B) = 0,36 + 0,04 = 0,40$.
   $p_B(A) = \dfrac{p(B \cap A)}{p(B)} = \dfrac{0,36}{0,40} = \dfrac{36}{40} = \dfrac{9}{10} = 0,9$.
4. On a une épreuve de Bernoulli avec $n = 3$ et $p = p(B) = 0,4$.
   La probabilité qu'aucun des trois n'ait choisi l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse »est égale à $(1-0,4)^3 = 0,6^3 = 0,216$, donc la probabilité pour qu'au moins l'un d'eux ait choisi l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse »est égale à :
   $1 - 0,216 = 0,784$.

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1.



2. En prenant les sommets dans l'ordre alphabétique, la matrice de transition est $M = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$.

3. $P_0 = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}$.

$P_1 = P_0 \times M = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,52 & 0,48 \end{pmatrix}$.

En 2009, 52 % des îliens devraient utiliser la compagnie A.

4. 2011 correspond à $n = 3$. Donc :

$P_3 = P_0 \times M^3 = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}^3 = \begin{pmatrix} 0,4248 & 0,5752 \end{pmatrix}$.

En 2011, 42,48 % des îliens devraient utiliser la compagnie A.

5. Les termes de amatrice M ne sont pas nuls, donc l'état probabiliste P_n tend vers un état stable $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ (avec $x + y = 1$) tel que :

$P = P \times M \iff \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$ soit

$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 0,8x + 0,1y \\ y & = & 0,2x + 0,9y \\ x + y & = & 1 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} 0,2x - 0,1y & = & 0 \\ -0,2x + 0,1y & = & 0 \\ x + y & = & 1 \end{array}\right. \iff$

$\left\{\begin{array}{lcl} 0,2x - 0,1y & = & 0 \\ x + y & = & 1 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} 2x - y & = & 0 \\ x + y & = & 1 \end{array}\right. \Rightarrow 3x = 1 \iff x = \frac{1}{3}$, d'où on déduit que $y = \frac{2}{3}$.

Donc $P = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

6. Si l'année n la matrice traduisant l'état probabiliste est P_n, on sait que

$P_{n+1} = P_n \times M \iff \left\{\begin{array}{lcl} x_{n+1} & = & 0,8x_n + 0,1y_n \\ y_{n+1} & = & 0,2x_n + 0,9y_n \\ x_n + y_n & = & 1 \end{array}\right. \iff$

$\left\{\begin{array}{lcl} x_{n+1} & = & 0,8x_n + 0,1(1 - x_n) \\ y_{n+1} & = & 0,2(1 - y_n) + 0,9y_n \\ x_n + y_n & = & 1 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} x_{n+1} & = & 0,7x_n + 0,1 \\ y_{n+1} & = & 0,7y_n + 0,2 \\ x_n + y_n & = & 1 \end{array}\right.$, donc en particulier :

$x_{n+1} = 0,7x_n + 0,1$.

7. Comme $0 < 0,7 < 1$, on sait que $\lim\limits_{n \to +\infty} 0,7^n = 0$, donc $\lim\limits_{n \to +\infty} x_n = \dfrac{1}{3}$.

On retrouve le résultat de la question **5.**

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

1. F est une primitive de f ; c'est même la primitive qui s'annule en zéro.

2. On voit que la fonction F est croissante sur $[0 ; 1]$ et sut $[2 ; 4]$ et qu'elle est décroissante sur $[1 ; 2]$.

   Elle croit de 0 à 2,5 puis décroit de 2,5 à 2 et croit enfin de 2 à plus l'infini.

3. **a.** La droite T contient le point $(1 ; 6)$ et l'origine, son équation est donc $y = 6x$.

   b. Le coefficient directeur de la tangente en $x = 0$ est d'après la question précédente $F'(0) = f(0) = 6$.

4. f dérivée de F est positive quand la fonction F est croissante donc sur $[0 ; 1] \cup [2 ; 4]$.

5. On a puisque F est une primitive de f :

   $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = [F(x)]_1^3 = F(3) - F(1) = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = 2$

6. On sait que $G(x) = F(x) + k$, avec $k \in \mathbb{R}$

   Or $G(0) = F(0) + k = 1 \iff k = 1$.

   Donc $G(x) = F(x) + 1$ qui entraîne $G(3) = F(3) + 1 = \dfrac{9}{2} + 1 = \dfrac{11}{2}$.