∾ Corrigé du baccalauréat ES Métropole–La Réunion ∾
17 septembre 2010

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

1. **a.** On a $p(F) = 0,58$, $p(A) = 0,05$.

   Il faut trouver $p_A(F) = \dfrac{2}{3} = \dfrac{p(A \cap F)}{p(A)}$.

   $p_A(F) \approx 0,667$.

   b. $A \cap F$ désigne l'évènement : « la personne choisie est atteinte de la maladie $\mathscr{A}$ **et** est une femme.

   On a vu que $p_A(F) = \dfrac{2}{3} = \dfrac{p(A \cap F)}{p(A)} \iff p(A \cap F) = \dfrac{2}{3} \times p(A) = \dfrac{2}{3} \times 0,05 = \dfrac{0,1}{3} = \dfrac{1}{30} \approx 0,033$.

   c. $p_F(A) = \dfrac{p(F \cap A)}{p(F)} = \dfrac{\frac{1}{30}}{0,58} = \dfrac{1}{17,4} \approx 0,0574$ soit 0,057 à 10^{-3} près.

2. $p_H(A) = \dfrac{p(H \cap A)}{p(H)}$.

   Si $\dfrac{2}{3}$ des personnes atteintes de la maladie $\mathscr{A}$ sont des femmes, $\dfrac{1}{3}$ sont des hommes, donc :

   $p_H(A) = \dfrac{p(H \cap A)}{p(H)} = \dfrac{\frac{1}{30}}{0,42} = \dfrac{1}{12,6} \approx 0,079$au millième près.

3. On a vu que $p_F(A) > p_H(A)$, donc une femme a priori a plus de chances d'avoir la maladie $\mathscr{A}$ qu'un homme.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

1. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{2x^2+3}{x-4} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x^2}{x} = \lim_{x \to +\infty} 2x = +\infty$.

2. On a $f(2) = \dfrac{5}{-1} = -5$.

   D'autre part $f'(x) = \dfrac{2(x-3) - 1(2x+1)}{(x-3)^2} = \dfrac{2x - 6 - 2x - 1)}{(x-3)^2} = \dfrac{-7}{(x-3)^2}$; d'où $f'(2) = \dfrac{-7}{(2-3)^2)} = -7$.

   L'équation de la tangente au point d'abscisse 2 est :

   $y - f(2) = f'(2)(x-2)$ soit $y - (-5) = -7(x-2) \iff y = -7x + 14 - 5 \iff y = -7x + 9$.

3. En posant $u(x) = x^2 + 5$, on a $f'(u) = \dfrac{u'(x)}{u(x)} = \dfrac{2x}{x^2+5}$, d'où $f'(1) = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

4. Si $-\dfrac{1}{2} < x$, alors $-1 < 2x \iff 0 < 2x + 1 \iff f(x) > 0$: la fonction g est bien définie.

PARTIE II :

1. On a $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{-x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x+1} = 0$, d'où par encadrement $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ (gendarmes).

2. $\dfrac{\ln\left(\mathrm{e}^2\right)}{\ln 16} = \dfrac{2\ln \mathrm{e}^2}{\ln 2^4} = \dfrac{2\ln \mathrm{e}}{4\ln 2} = \dfrac{2}{4\ln 2} = \dfrac{1}{2\ln 2}$.

3. Une primitive de la fonction $x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x+1)^2}$ est la fonction $x \longmapsto -\ln(\mathrm{e}^x+1)$.

Donc $\displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x+1)^2}\,\mathrm{d}\,x = \left[-\ln\left(\mathrm{e}^x+1\right)\right]_{\ln 2}^{\ln 3} = -\ln\left(\mathrm{e}^{\ln 3}+1\right) - \left[-\ln\left(\mathrm{e}^{\ln 2}+1\right)\right] =$

$\ln\left(\mathrm{e}^{\ln 2}+1\right) - \ln\left(\mathrm{e}^{\ln 3}+1\right) = \ln(2+1) - \ln(3+1) = \ln 3 - \ln 4 = \ln\left(\dfrac{3}{4}\right)$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie 1 : Aucune justification n'est demandée

1. **a.** On a $2-1+1 \neq 4$; $-2-1+1 \neq 0$ et $2-1+1=2$? **Réponse C**.

   b. $\left\{\begin{array}{lcl} z & = & 2x-y^2+1 \\ z & = & 3 \end{array}\right. \Rightarrow 3 = 2x-y^2+1 \iff 2x = y^2+1$: c'est l'équation d'une parabole dans le plan $z=3$.

   c. Le plan (P) contient le point $(0\ ;\ 0\ ;\ -5)$.

2. Les matrices M sont fausses. La matrice M^2 est exacte.

Partie II : Recopier pour chaque question la réponse exacte et justifier celle-ci.

1. **a.** Les sommets A et C ne sont pas adjacents : le graphe n'est pas complet.

   Les degrés des sommets sont respectivement 3 ; 4 ; 2 ; 4 ; 3. Le graphe est connexe et contient exactement deux sommets de degré impair A et E : il existe donc une chaîne eulérienne partant de A ou E et arrivant à l'autre E ou A.

   b. {A ; B ; D ; E} est un sous-graphe complet d'ordre 4 : le nombre chromatique est supérieur ou égal à 4. Donc Le graphe admet un sous-graphe complet d'ordre 4.

2. On a $v_{n+1} = u_{n+1} - 1250 = -0,4u_n + 1750 - 1250 = -0,4u_n + 500 =$
   $-0,4\left(u_n - 1250\right) = -0,4v_n$.

   Pour tout naturel l'égalité $v_{n+1} = -0,4v_n$ montre que la suite (v_n) est géométrique de raison $-0,4$.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Partie A : Étude d'une fonction

1. **a.** $h(x) = g(x) - f(x)$, donc $h'(x) = g'(x) - f'(x) = -10^6\mathrm{e}^{-x} - 100\mathrm{e}^x = -\left(10^6\mathrm{e}^{-x} + 100\mathrm{e}^x\right)$: les deux termes de la parenthèse sont supérieurs à zéro, donc $h'(x) < 0$ et la fonction h est décroissante en particulier sur $[4 ; 6]$.

   b. La fonction h décroit de $h(4) = 10^6\mathrm{e}^{-4} - 100\left(\mathrm{e}^4 - 45\right) = 10^6\mathrm{e}^{-4} - 100\mathrm{e}^4 + 4500 \approx 17355,8$ à $h(6) = 10^6\mathrm{e}^{-6} - 100\left(\mathrm{e}^6 - 45\right) = 10^6\mathrm{e}^{-6} - 100\mathrm{e}^6 + 4500 \approx -33364,1$.

   c. La fonction h est strictement décroissante d'une valeur positive à une valeur néative ; elle est continue car dérivable : d'après le théorème de la valeur intermédiaire elle s'annule en un point unique d'abscisse α de $[4 ; 6]$.

2. **a.**

   b. Voir à la fin.

c. On voit que $4,8 < \alpha 4,9$.

Partie B : Application économique

1. Le prix d'équilibre vérifie $f(x) = g(x) \iff g(x) - f(x) = 0 \iff h(x) = 0$ sur l'intervalle $[4\,;\,6]$: c'est donc le nombre $\alpha = 3\ln 5 \approx 4,828$ soit 4,83 €au centime près.
2. La quantité correspondant à ce prix d'équilibre est $f(\alpha) = g(\alpha) \approx 10^6\text{e}^{-4,83}$ soit environ 7 956,52 kg ou 7 957 kg au kilo près.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

1. Voir à la fin.
2. **a.** Voir à la fin.
   b. Avec $x = 50$, on obtient $y = 92,6 \times 50 - 1\,787 = 4\,630 - 1\,787 = 2\,843$.
3. **a.**

Année X_i	1963	1976	1986	1993	1997	1998	2003	2005
Rang x_i	3	16	26	33	37	38	43	45
$z_i = \ln(y_i)$	4,174	6,215	6,551	7,131	7,281	7,496	7,633	7,851

La calculatrice donne $z = 0,08x + 4,38$.

b. On a $z = \ln y = 0,08x + 4,38 \iff y = \text{e}^{0,08x+4,38} = \text{e}^{4,38} \times \text{e}^{0,08x}$.
Or $\text{e}^{4,38} \approx 80$, donc $y \approx 80\text{e}^{0,08x}$.

c. Avec cette modélisation exponentielle, on obtient pour $x = 50$, $y = 80\text{e}^{0,08\times 50} = 80\text{e}^4 \approx 4\,368$.

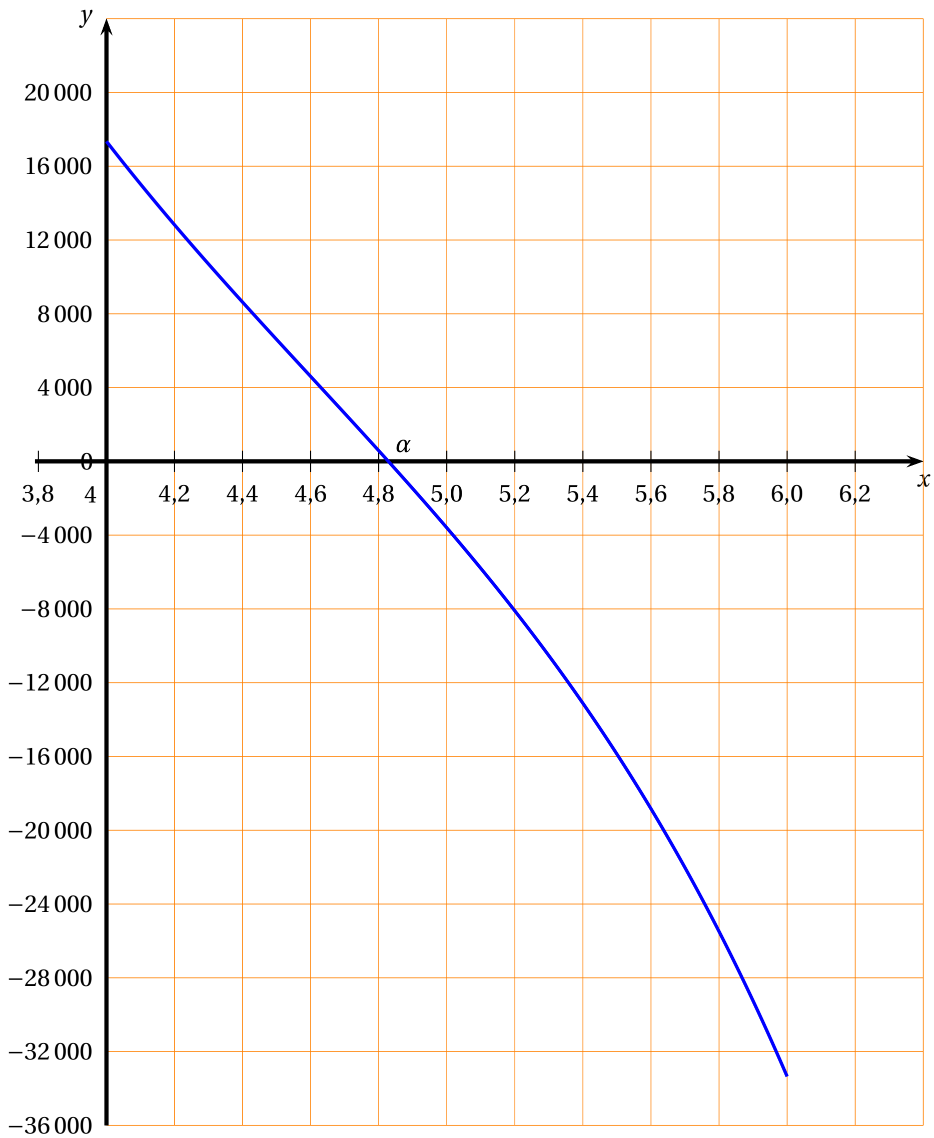
d. Il faut trouver le plus entier n tel que :
$80\text{e}^{0,08n} > 5\,000 \iff \text{e}^{0,08n} > \dfrac{5\,000}{80} \iff \text{e}^{0,08n} > 62,5 \iff 0,08n > \ln 62,5 \iff n > \dfrac{\ln 62,5}{0,08}$.
Or $\dfrac{\ln 62,5}{0,08} \approx 51,7$. Le plus entier est donc $n = 52$ ce qui correspond à 2112

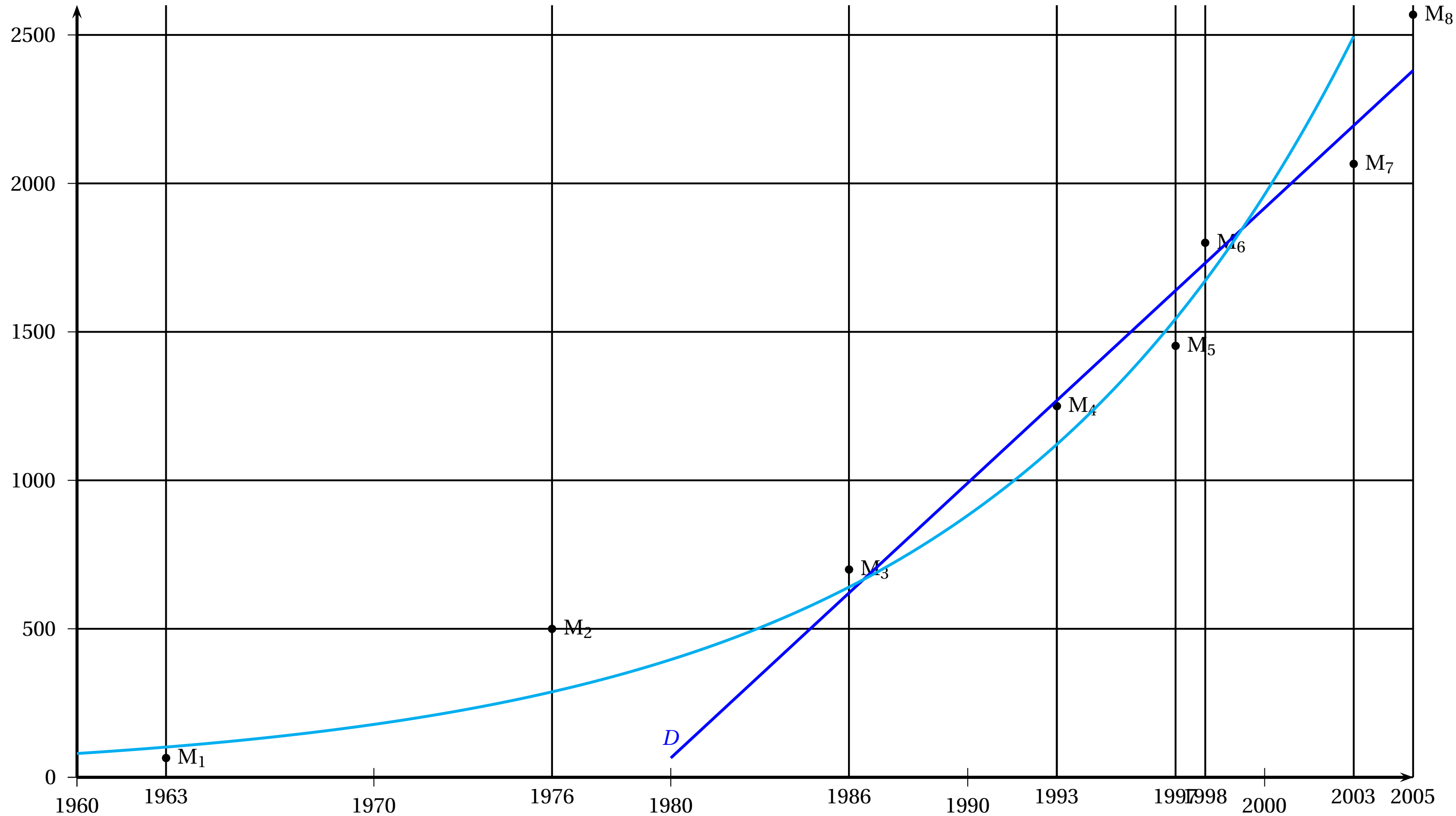
Annexe de l'exercice 3 à rendre avec la copie

Tableau à compléter

x	4	4,2	4,4	4,6	4,8	5	5,2	5,4	5,6	5,8	6
$h(x)$	17 400	12 800	8 600	4 600	600	−3 600	−8 100	−13 100	−18 800	−25 500	−33 400

Graphique à compléter




2500
2000
1500
1000
500
0
1960
1963
1970
1976
1980
1986
1990
1993
1997
1998
2000
2003
2005
M$_1$
M$_2$
M$_3$
M$_4$
M$_5$
M$_6$
M$_7$
M$_8$
D