∽ Baccalauréat ES/L – Nouvelle Calédonie ∾
2 décembre 2020

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire,« type collège » est autorisé.

Exercice 1 — 5 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question comporte quatre réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Recopier pour chaque question son numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse exacte rapporte 1 *point ; une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ru n'enlève de point.*

1. On considère une fonction f définie et dérivable sur $[-3\ ;\ +\infty[$.
Parmi les tableaux suivants, un seul est correct. Déterminer lequel.

a.

x	-3		3		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	3	↗	5	↘	

b.

x	-3		3		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	5	↘	3	↗	

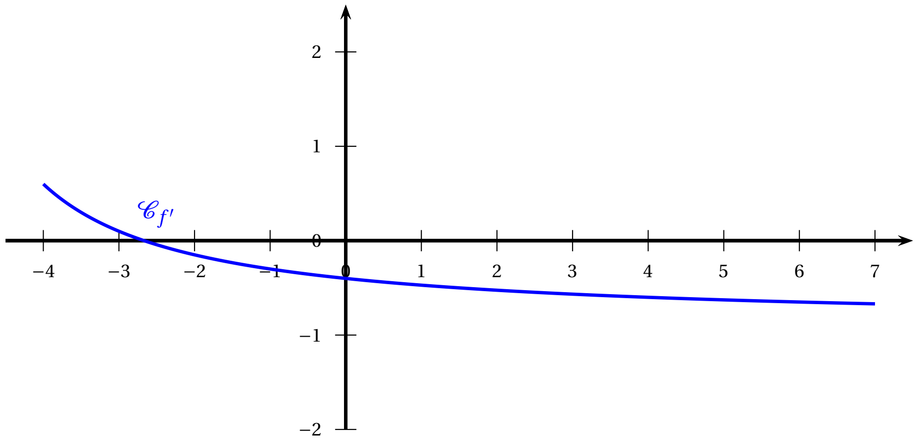
c.

x	-3		3		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	3	↘	5	↗	

d.

x	-3		3		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	5	↗	3	↘	

2. On donne ci-dessous la représentation graphique $\mathscr{C}_{f'}$ de la fonction dérivée f' d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4\ ;\ 7]$.



a. f est décroissante sur l'intervalle $[-4\ ;\ 7]$.

b. f' est négative sur l'intervalle $[-4\ ;\ 7]$.

c. f'' est décroissante sur l'intervalle $[-4\ ;\ 7]$.

d. f'' est négative sur l'intervalle $[-4\ ;\ 7]$.

Dans la suite de l'exercice, pour tous évènements E et F, on note $p(E)$ la probabilité de E et, si F est de probabilité non nulle, $p_F(E)$ la probabilité de E sachant F.

3. Soit U la variable aléatoire suivant la loi uniforme sur l'intervalle $[-10\ ;\ 40]$.

a. La fonction de densité f associée à U est définie sur l'intervalle $[-10\ ;\ 40]$ par $f(x) = \dfrac{1}{30}$.

b. $p_{(U\geqslant 20)}(U \geqslant 30) = p(U \geqslant 10)$

c. $p(-5 \leqslant U \leqslant 20) = p(-3 \leqslant U \leqslant 22)$

d. L'espérance de U est égale à 25.

4. Soit Z la variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance $\mu = 15$ et d'écart type $\sigma = 2$.
On a :

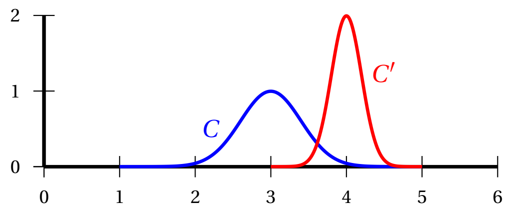
a. $p(8 \leqslant Z \leqslant 12) \approx 0,092$

b. $p(Z = 13) \approx 0,121$

c. $p(Z < 12) \approx 0,067$

d. La valeur arrondie au millième du réel a tel que $p(Z \leqslant a) \approx 0,9$ est égale à $1,282$.

5. Soit X la variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.
Soit Y la variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance μ' et d'écart type σ'.
Sur le graphique ci-dessous, C est la courbe représentative de la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire X, et C' est la courbe représentative de la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire Y.



D'après le graphique, on a :

a. $\mu < \mu'$ et $\sigma < \sigma'$

b. $\mu > \mu'$ et $\sigma < \sigma'$

c. $\mu > \mu'$ et $\sigma > \sigma'$

d. $\mu < \mu'$ et $\sigma > \sigma'$

Exercice 2 — 5 points

Commun à tous les candidats

Une étude statistique sur le marché du jeu en ligne a été effectuée pour les années 2017 et 2018.

Année	2017	2018
Chiffre d'affaires annuel mondial du marché du jeu en ligne en millions de dollars	45	66

Source : Statista

1. Calculer le pourcentage d'évolution, arrondi à l'unité, du chiffre d'affaires entre 2017 et 2018.

Durant l'année 2019, l'arrivée de nouveaux acteurs sur le marché laisse prévoir une extension accélérée du jeu en ligne.
On modélise alors le chiffre d'affa1res du marché du jeu en ligne par la suite (c_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$c_{n+1} = 1,28c_n + 250,6$$

où le terme c_n représente une estimation du chiffre d'affaires en million de dollars pour l'année $2018 + n$.
Le chiffre d'affaires pour l'année 2018 est donné par $c_0 = 66$.

2. Avec cette modélisation, calculer en million de dollars arrondi au dixième, le chiffre d'affaires prévu pour le marché du jeu en ligne pour l'année 2020.

3. On définit la suite (v_n) en posant pour tout entier naturel n, $v_n = c_n + 895$.

a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

b. Pour tout entier naturel n, donner l'expression de v_n en fonction de n.

c. En déduire que, pour tout entier naturel n, $c_n = 961 \times 1,28^n - 895$.

4. On considère l'algorithme ci-contre :

```
c ← 66
S ← 66
Pour i allant de 1 à n
    c ← 1,28c + 250,6
    S ← S + c
Fin Pour
```

On choisit $n = 4$.

a. Recopier puis compléter le tableau ci-dessous. Les valeurs seront arrondies à l'unité.

Valeur de i		1	2	3	4
Valeur de c	66	335			
Valeur de S	66	401			

b. Après exécution de l'algorithme, quelle est la valeur de S obtenue, arrondie à l'unité, pour $n = 4$?

c. Donner une interprétation dans le contexte de l'exercice de la valeur de S obtenue à la question précédente.

Exercice 3 5 points

Candidats de ES n'ayant pas suivi la spécialité ou candidats de L

Les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante. Les résultats seront arrondis au millième si besoin.

Partie A

Chaque jour avant de partir s'entraîner, un groupe de cyclistes s'intéresse à l'indice mesurant la qualité de l'air. Il peut prendre les trois valeurs suivantes : *mauvais*, *correct* ou *bon*.

Une étude statistique a permis d'obtenir les résultats suivants :

— dans 54 % des cas, l'indice mesurant la qualité de l'air est *bon*; dans 41 % des cas. il est *correct*; le reste du temps, l'indice est *mauvais*.

— si l'indice est *bon*, dans 90 % des cas le groupe de cyclistes part s'entraîner. , si l'indice est *correct*, il y a une chance sur deux pour que le groupe de cyclistes parte s'entraîner.

— si l'indice est *mauvais*, dans 80 % des cas le groupe de cyclistes ne part pas s'entraîner,

On choisit un jour au hasard. On considère les évènements suivants :

— B : « L'indice mesurant la qualité de l'air est *bon* » ;

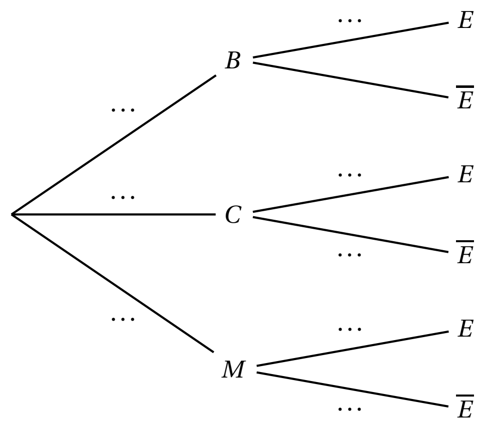
— C : « L'indice mesurant la qualité de l'air est *correct* » ;

— M : « L'indice mesurant la qualité de l'air est *mauvais* » ;

— E : « Le groupe de cyclistes s'entraîne ».

Pour tout évènement E, *on note* $\overline{E}$ *l'évènement contraire de* E.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



2. Définir par une phrase l'évènement $B \cap E$ et calculer sa probabilité.

3. Montrer que la probabilité que le groupe de cyclistes s'entraîne est égale à $0,701$.

4. Sachant que le groupe de cyclistes s'est entraîné, calculer la probabilité que l'indice mesurant la qualité de l'air soit *bon*.

Partie B

Pour se protéger les jours où l'indice mesurant la qualité de l'air est *mauvais*, 30 % des cyclistes du groupe décident de s'équiper de masques de protection.
On choisit au hasard 5 cyclistes dans ce groupe. On suppose que le nombre de cyclistes dans ce groupe est suffisamment grand pour assimiler ce choix à un tirage successif avec remise.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de cyclistes qui décident de s'équiper parmi les 5 cyclistes interrogés.

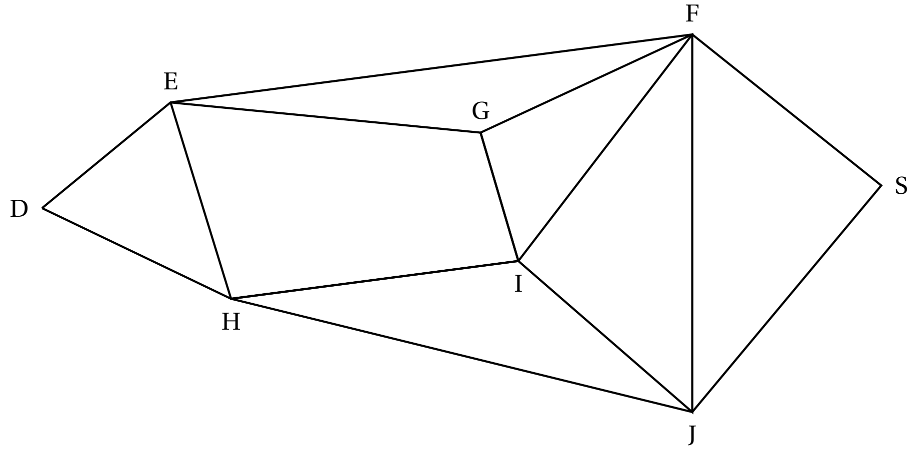
1. Montrer que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

2. Déterminer la probabilité qu'exactement deux cyclistes parmi les cinq interrogés décident de s'équiper.
3. Déterminer la probabilité qu'au moins un des cinq cyclistes interrogés décide de s'équiper.

Exercice 3 — 5 points

Candidats de ES ayant suivi la spécialité

Un club cycliste se prépare pour une compétition. Le graphe ci-dessous représente l'ensemble des routes empruntables le jour de la compétition : les arêtes représentent les routes et les sommets représentent des points de passage.



1. Justifier que ce graphe est connexe.
2. **a.** Existe-t-il un trajet permettant de parcourir toutes les routes une fois et une seule ? Justifier.

   b. Si un tel trajet existe, en citer un.
3. Soit M la matrice d'adjacence de ce graphe pour laquelle les sommets sont cités dans l'ordre alphabétique : D, E, F, G, H, I, J, S.

   a. On donne

$$M = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   Il manque certains coefficients de la matrice M. Recopier et compléter uniquement la partie manquante de M.

   b. On donne :

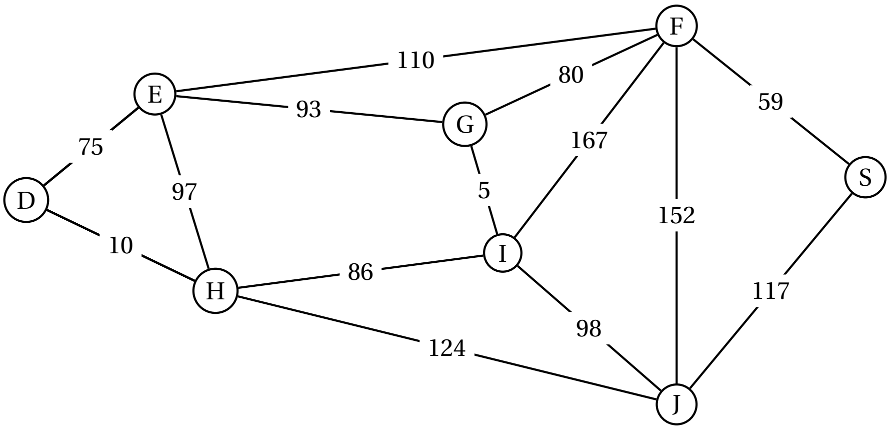
$$M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 & 3 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 11 & 8 & 10 & 5 & 6 & 3 \\ 4 & 11 & 8 & 8 & 6 & 12 & 11 & 7 \\ 3 & 8 & 8 & 4 & 5 & 9 & 6 & 4 \\ 5 & 10 & 6 & 5 & 4 & 10 & 9 & 4 \\ 4 & 5 & 12 & 9 & 10 & 6 & 9 & 4 \\ 3 & 6 & 11 & 6 & 9 & 9 & 6 & 6 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & 4 & 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

   Un cycliste souhaite aller du point D au point F en empruntant trois routes.

Combien d'itinéraires différents sont possibles ?

Donner la liste complète.

4. Dans le graphe ci-dessous, on a indiqué le temps, en minute, mis par un des cyclistes pour parcourir chacune des routes.



Afin de gagner la compétition, il doit choisir le trajet le plus rapide reliant le point D au point S.

Déterminer, en utilisant un algorithme, ce trajet minimal et préciser la durée, en minute, puis en heure de ce trajet.

Exercice 4 — 5 points

Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}_f$, donnée en annexe, est la représentation graphique, dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[0,5\,;\,9]$.

La droite T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Le domaine grisé, noté $\mathscr{D}$, est délimité par l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}_f$ et les droites verticales d'équation $x = 1$ et $x = 2$.

Partie A : Étude graphique

1. **a.** Avec la précision permise par le graphique, déterminer $f(1)$ et $f'(2)$.

b. Le nombre dérivé de f en 1 est 2. Tracer sur l'**annexe**, à rendre avec la copie, la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

2. Résoudre graphiquement, avec la précision permise par le graphique, l'équation $f(x) = 0$.

3. **a.** Exprimer l'aire $\mathscr{A}$ du domaine $\mathscr{D}$ grisé à l'aide d'une intégrale que l'on ne cherchera pas à calculer.

b. En utilisant les éléments du graphique, donner un encadrement par deux entiers consécutifs, de l'aire $\mathscr{A}$ du domaine $\mathscr{D}$ grisé en unités d'aire.

Partie B : Étude algébrique

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,5\,;\,9]$ par

$$f(x) = 4\ln(x) + 5 - 2x.$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

1. Montrer que l'on a, pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0,5\,;\,9]$, $f'(x) = \dfrac{2(2-x)}{x}$.

2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0,5\,;\,9]$.
   b. Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0,5\,;\,9]$,
3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0,5\,;\,9]$.
   b. Donner à l'aide la calculatrice un encadrement de α d'amplitude $0,01$.
4. **a.** Montrer que la fonction F définie par :

$$F(x) = -x^2 + 4x\ln(x) + x$$

   est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0,5\,;\,9]$.
   b. En déduire la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième de l'aire $\mathscr{A}$ du domaine grisé $\mathscr{A}$, en unité d'aire.

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 4