# ∽ Baccalauréat ES (spécialité) Antilles–Guyane ∾ septembre 2016

**EXERCICE 1** **6 points**

**Commun à tous les candidats**

*Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.*

*Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.*

**1.** On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^{x}$ ; la fonction $f$ est :

**a.** concave sur $]-\infty~;~0]$ **b.** convexe sur $]-\infty~;~0]$
**c.** concave sur $[0~;~+\infty]$ **d.** convexe sur $[0~;~+\infty[$

**2.** On considère l'équation d'inconnue $x$ :

$$(3x+1)\mathrm{e}^{5x} = 0.$$

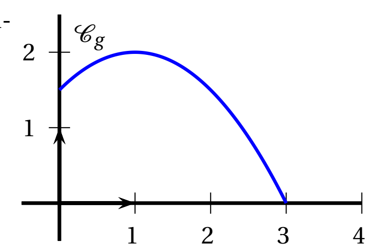
Cette équation admet sur $\mathbf{R}$ :

**a.** 0 solution **b.** 1 solution **c.** 2 solutions **d.** plus de 3 solutions

**3.** On a constaté que, sur 10 ans, le prix d'une certaine denrée a augmenté de 8 % par an.
On peut affirmer que, sur 10 ans, le prix de cette denrée a augmenté, à l'unité près, de :

**a.** 80 % **b.** 116 % **c.** 216 % **d.** 43 %

**4.**
La courbe $\mathscr{C}_g$ ci-contre représente une fonction $g$ définie et dérivable sur $[0 ; 3]$.
On note $g'$ sa fonction dérivée ; on a :
**a.** $g'(2) = -1$
**b.** $g'(2) = -5$
**c.** $g'(2) = \dfrac{4}{3}$
**d.** $g'(2) = 2$

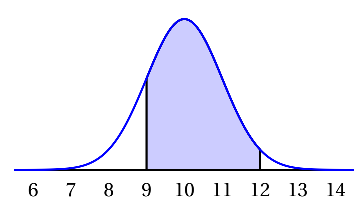



**5.** Soit la fonction $h$ définie sur $\mathbf{R}$ par $h(x) = \mathrm{e}^{3x+2}$.
Une primitive $H$ de $h$ peut être définie sur $\mathbf{R}$ par :

**a.** $H(x) = 3\mathrm{e}^{3x+2}$ **b.** $H(x) = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x+2}$
**c.** $H(x) = (3x+2)\mathrm{e}^{3x+2}$ **d.** $H(x) = \mathrm{e}^{3x+2}$

**6.**
Pour la loi normale représentée ci-contre on a $P(9 < X < 12) \approx 0,82$ (à $10^{-2}$ près).
Les paramètres de la loi $X$ sont :
**a.** $\mu = 10$ et $\sigma = 2$
**b.** $\mu = 11$ et $\sigma = 2$
**c.** $\mu = 10$ et $\sigma = 1$
**d.** $\mu = 11$ et $\sigma = 3$

*



**EXERCICE 2** **5 points**

**Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité**

Dans une salle de sport, trois activités sont proposées : Pilates (P), Step (S) et Zumba (Z).
D'une semaine sur l'autre les abonnés peuvent changer d'activité.
Au 1er septembre 2015, il y a 10 % des abonnés inscrits en Pilates, 85 % en Step et 5 % en Zumba.
D'après l'analyse des données des années précédentes, le gérant prévoit que, d'une semaine sur l'autre :

- Si l'abonné était en Pilates, la semaine suivante il conserve Pilates dans 30 % des cas, sinon il choisit Step dans 10 % des cas et Zumba dans 60 % des cas.
- Si l'abonné était en Step, la semaine suivante il conserve Step dans 30 % des cas, sinon il choisit Pilates dans 50 % des cas et Zumba dans 20 % des cas.
- Si l'abonné était en Zumba, la semaine suivante il conserve Zumba dans 20 % des cas, sinon il choisit Pilates dans 20 % des cas et Step dans 60 % des cas.

On considère qu'il n'y a pas de nouveaux abonnés et pas de départ tout au long de l'année. Soit $E_n = \begin{pmatrix} p_n & s_n & z_n \end{pmatrix}$, la matrice ligne décrivant l'état probabiliste de la répartition parmi les trois activités P, S et T, $n$ semaines après le 1er septembre 2015.

1. Donner, sans justification, la matrice $E_0$.
2. Traduire la situation par un graphe probabiliste de sommets P, S et Z.
3. On donne $M$ la matrice carrée $3 \times 3$ de transition respectant l'ordre P, S et Z.

$$M = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,6 \\ 0,5 & 0,3 & 0,2 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \end{pmatrix}.$$

   **a.** Préciser la signification du coefficient $0,5$ dans la matrice $M$.

   **b.** Calculer $E_1$.

   **c.** Déterminez la répartition prévisible dans chaque activité au bout de trois semaines.

4. Peut-on affirmer, à $10^{-2}$ près, qu'au bout de 6 semaines environ $1/3$ des abonnés se répartissent dans chaque activité.
5. Au 1er septembre 2015 on compte 120 abonnés dans cette salle de sport. Combien peut-on prévoir d'abonnés dans chaque activité, 8 semaines après cette date ?
6. **a.** Conjecturer la valeur exacte des coefficients de la matrice ligne $E$ correspondant à l'état probabiliste stable.

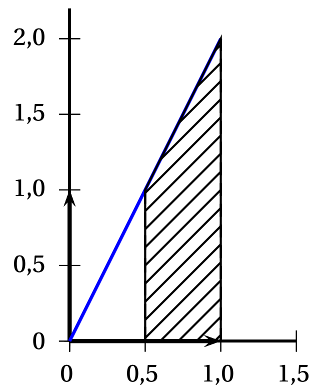
   **b.** Vérifier cette conjecture.

*

**EXERCICE 3** **3 points**

**Commun à tous les candidats**

La fonction $f$ est définie sur $[0\,;\ 1]$ par $f(x) = 2x$.
On considère une variable aléatoire $X$ qui suit la loi de probabilité dont la fonction de densité est $f$.
Cette fonction de densité est représentée ci-dessous.




1. **a.** Quelle est la valeur, en unité d'aire, de la surface hachurée ? Préciser la démarche utilisée.

   **b.** Interpréter ce résultat en terme de probabilité.

2. Calculer la probabilité $P(0 \leqslant X \leqslant 0,75)$.*

**EXERCICE 4** **6 points**

**Commun à tous les candidats**

Une association confectionne et porte, chaque jour, à domicile des repas à des personnes dépendantes.
En 2015, 600 personnes étaient abonnées à ce service.
Pour étudier son développement, cette association a fait une enquête selon laquelle l'évolution peut être modélisée de la façon suivante :

- Chaque année, 5 % des abonnements ne sont pas renouvelés .
- Chaque année, on compte 80 nouveaux abonnements à ce service.

1. Pour suivre l'évolution du nombre d'abonnés, un gestionnaire réalise l'algorithme suivant :

| | |
|---|---|
| **Variables :** | $n$ et $U$ sont des nombres |
| **Traitement :** | Affecter à $U$ la valeur 600 |
| | Affecter à n la valeur 0 |
| | Tant que $U < 800$ faire |
| | $U$ prend la valeur $U - U \times 0,05 + 80$ |
| | $n$ prend la valeur $n + 1$ |
| | Fin Tant que |
| **Sortie :** | Afficher $n$ |

   **a.** Recopier puis compléter, en le prolongeant avec autant de colonnes que nécessaire, le tableau ci-dessous (arrondir les valeurs calculées à l'unité).

| | | | |
|---|---|---|---|
| valeur de $U$ | 600 | | ... |
| valeur de $n$ | 0 | | ... |
| test $U < 800$ | vrai | | ... |

   **b.** Déterminer la valeur affichée en fin d'exécution de l'algorithme.

   **c.** Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

2. Cette évolution peut s'étudier à l'aide d'une suite $(u_n)$ où $u_n$ est le nombre d'abonnés pendant l'année $2015 + n$.

   On a ainsi, pour tout entier naturel $n$, $u_{n+1} = 0,95u_n + 80$ et $u_0 = 600$.

   **a.** Donner $u_1$ et $u_2$ (arrondir les valeurs à l'unité).

**b.** On introduit la suite $(v_n)$ définie pour tout entier naturel $n$ par $v_n = u_n - 1600$.
Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique.
Préciser la raison et le premier terme de cette suite.

**c.** En déduire que l'on a, pour tout entier naturel $n$, $u_n = 1600 - 1000 \times 0,95^n$.

**3.** La taille des locaux ne permet pas de servir plus de 1 000 repas.
Si cette évolution se poursuit au même rythme, l'association devra-t-elle envisager un jour des travaux d'agrandissement ?