Durée : 3 heures

Corrigé du baccalauréat ES Centres étrangers 16 juin 2011

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

1. Le nombre dérivé de f en 0 est : 1 : le coefficient directeur de la droite d'équation $y = 1x + 3$ est égal à 1.

2. On voit que l'aire de la surface limitée par la courbe, l'axe des abscisses et les droites verticales d'équation $x = -1$ et $x = 0$ est un peu supérieure à 2.

3. La croissance de F dépend du signe de sa dérivée f ; f est positive sur $[-1 ; 5]$, donc F est croissante sur cet intervalle.

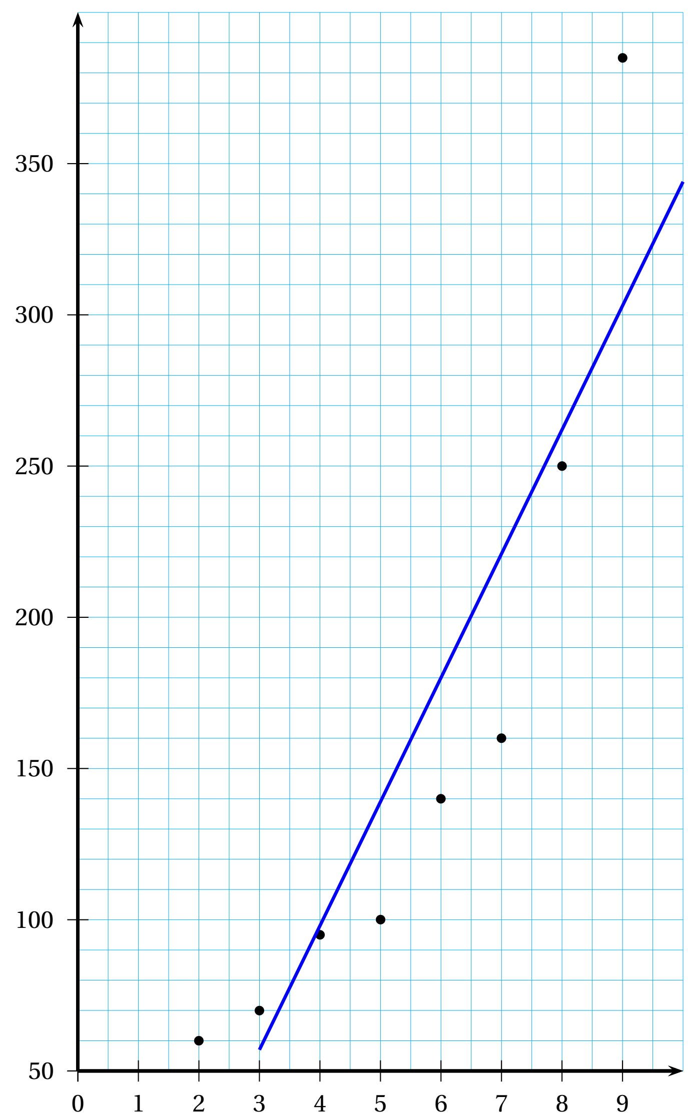
4. On a $g'(x) = f'(x)\mathrm{e}^{f(x)}$, or $\mathrm{e}^{f(x)} > 0$ quel que soit le réel x, donc f' et g' ont le même signe donc f et g ont les mêmes variations.

Exercice 2 **5 points**

Candidat n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

1. Le taux d'évolution entre 2002 et 2009 est égal à $\dfrac{385-60}{60} = \dfrac{325}{60} \approx 5,4$ à 0,1 près.

2.



3. On cherche dans un premier temps un ajustement affine.

a. La calculatrice donne$y = 41x - 66$.

b. 2010 correspond au rang $x = 10$; le nombre estimé d'internautes devrait être de $41 \times 10 - 66 = 344$.

4. a.

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9
$z_i = \ln y_i$	4,094	4,249	4.554	4,605	4,942	5,075	5,521	5,953

b. La calculatrice livre $z = 0,253x + 3,481$ (les coefficients sont arrondis au millième).

c. On a pour$y > 0$, $z = \ln y \iff y = \mathrm{e}^{z} = \mathrm{e}^{0,253x+3,481} = \mathrm{e}^{0,253x} \times \mathrm{e}^{3,481}$.
Or $\mathrm{e}^{3,481} \approx 32,492$.
Finalement : $y = 32,492\mathrm{e}^{0,253x}$.

d. 2012 correspond au rang 12. Avec cet ajustement exponentiel le nombre estimé d'internautes est égal à :
$y = 32,5 \times \mathrm{e}^{0,253\times 12} \approx 677$ millions.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidat ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

1. Voir la figure à la fin.

Les coordonnées des points de la courbe vérifient $z = 10 = \dfrac{1}{4}xy \iff 40 = xy \iff y = \dfrac{40}{x}$ avec $0 < x \leqslant 10$ et $0 \leqslant y \leqslant 8$.
C'est une branche d'hyperbole.

2. Voir la surface.
$\mathrm{C}(x~;~5) \in \Gamma \iff 5 = \dfrac{40}{x} \iff x = \dfrac{40}{5} = 8$.
Donc $\mathrm{C}(8~;~5~;~10)$.

3. $\dfrac{1}{4} \times 6 \times 2 = \dfrac{12}{3} = 4$: le point B de coordonnées $(6~;~2~;~3)$ appartient à la surface (S).

Partie B

1. On a donc $x = 6$ et $y = 6$, d'où $f(6~;~6) = \dfrac{1}{4} \times 6 \times 6 = 9$.
La somme allouée sera égale à 900 €.

2. a. Les nombres x et y vérifient :
$$\left\{\begin{array}{l c l} f(x~;~y) & = & \frac{1}{4}xy \\ y & = & 12 - x \end{array}\right. \Rightarrow f(x~;~y) = \tfrac{1}{4}x(12 - x) = 3x - \dfrac{1}{4}x^2 = h(x).$$

b. On a $0 \leqslant x \leqslant 10$ et $0 \leqslant y \leqslant 8$, soit comme $y = 12 - x$, $0 \leqslant 12 - x \leqslant 8 \iff$
$-12 \leqslant -x \leqslant -4 \iff 4 \leqslant x \leqslant 12$ et finalement compte tenu de la première condition sur x, on étudie h sur l'intervalle $[4\,;\,10]$.
$h(x)$ est un trinôme du second degré : son extremum est atteint pour
$x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{3}{2 \times \left(-\frac{1}{4}\right)} = 6$ qui appartient bien à l'intervalle $[4\,;\,10]$.

c. La somme allouée la plus élevée est égale à $h(6) = 18 - \frac{36}{4} = 18 - 9 = 9$ soit 900 €.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

1. On a $\lim\limits_{x \to \frac{3}{2}} -2x+3 = 0$, donc $\lim\limits_{x \to \frac{3}{2}} \ln(-2x+3) = -\infty$ et comme $\lim\limits_{x \to \frac{3}{2}} 2x = 3$, on a finalement :
   $\lim\limits_{x \to \frac{3}{2}} f(x) = -\infty$: la droite verticale d'équation $x = \frac{3}{2}$ est asymptote à la représentation graphique de f.
2. **a.** Sur I, on a :
   $f'(x) = \dfrac{-2}{-2x+3} + 2 = \dfrac{-2-4x+6}{-2x+3} = \dfrac{4-4x}{-2x+3} = \dfrac{4(1-x)}{-2x+3}$.
   b. Sur I, $-2x+3 > 0$, le signe de $f'(x)$ est donc celui de $1-x$.
   Donc sur $[0\,;\,1]$, $1-x > 0$, donc $f'(x) \geqslant 0$ et
   sur $\left[1\,;\,\frac{3}{2}\right[$, $f'(x) \leqslant 0$.
   Avec $f(0) = \ln 3$, $f(1) = 2$ il suit le tableau de variations suivant de f :

x	0		1		$\frac{3}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$
$f(x)$	$\ln 3$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ $\Vert$

3. **a.** Sur l'intervalle $[0\,;\,1]$, la fonction f continue car dérivable sur cet intervalle est strictement croissante de $\ln 3 \approx 1,1$ à 2 : il existe donc un réel unique $\alpha \in [0\,;\,1]$ tel que $f(\alpha) = 1,9$.
   b. La calculatrice donne :
   $f(0,7) - \approx 1,87$ et $f(0,8) \approx 1,94$, donc $0,7 < \alpha < 0,8$;
   $f(0,74) \approx 1,899$ et $f(0,75) \approx 1,906$, donc $0,74 < \alpha < 0,75$;
   $f(0,741) \approx 1,899$ et $f(0,742) \approx 1,9001$, donc $0,741 < \alpha < 0,742$.
   Une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de α est donc 0,74.

Partie B Application de la partie A

1. **a.** On a vu que le maximum de f entre 0 et 1,5 donc aussi entre 0,2 et 1,2 est égal à $f(1) = 2$.
   b. Le bénéfice est alors de 200 000 €.
2. On a vu que $f(\alpha) = 1,9$, ce qui correspond à 190 000 euros.
   Le bénéfice dépasse 190 000 euros quand la distance dépasse α, soit environ 7,4 km ... mais le bénéfice baisse ensuite à partir de 10 km et atteint à nouveau 190 000 euros quand $f(\beta) = 1,9$ avec $\beta \in [1\,;\,1,2]$.
   La calculatrice donne $\beta \approx 1,192$, donc finalement bénéfice dépassera 190 000 euros si les éoliennes sont placées à une distance comprise entre 7,4 et 11,92 km.

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

1. Voir sur l'annexe.
2. **a.** On lit sur la deuxième branche : $p_{\mathrm{C}}(\mathrm{F}) = 0,2$.

b. On lit sur la quatrième branche : $p_{\overline{\text{C}}}(\text{M}) = 0,4$.

3. On a : $p(\text{C} \cap \text{F}) = 0,9 \times 0,2 = 0,18$;

De même $p\left(\overline{\text{C}} \cap \text{F}\right) = 0,1 \times 0,6 = 0,06$.

D'après la loi des probabilités totales :

$p(\text{F}) = p(\text{C} \cap \text{F}) + p\left(\overline{\text{C}} \cap \text{F}\right) = 0,18 + 0,08 = 0,24$.

4. Il faut trouver :

$p_{\text{F}}(\text{C}) = \dfrac{p(\text{F}cap\text{C})}{p(\text{F})} = \dfrac{0,9 \times 0,2}{0,24} = \dfrac{0,18}{0,24} = \dfrac{18}{24} = \dfrac{3}{4} = 0,75$.

5. a.

Valeur : x_i	5	2	3
Probabilité associée : p_i	0,9	0,06	0,04

b. On a $\text{E}(X) = 5 \times 0,9 + 2 \times 0,06 + 3 \times 0,04 = 4,5 + 0,12 + 0,12 = 4,74$.

La valeur moyenne d'une barquette vendue est de 4,74 €.

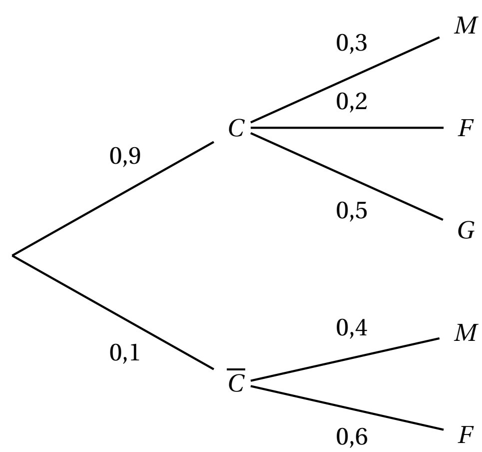
c. Le résultat précédent montre que pour 150 barquettes vendues avec un gain moyen de 4,74 €, le gain sera de :

$$150 \times 4,74 = 711 \text{ (€)}.$$

Annexe

(à rendre avec la copie)

Exercice 4



Annexe 1
(à rendre avec la copie)

Exercice 2 (enseignement de spécialité)

Surface (S)