Corrigé du baccalauréat ES Asie 20 juin 2012

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

1. Le prix est multiplié par 1,2 puis par 0,8 soit par 0,96, donc a baissé de 4 %.

2. On a $f'(x) = 2x(\ln x + 3) + x^2 \times \dfrac{1}{x} = 2x(\ln x + 3) + x = 2x\ln x + 6x + x = 2x\ln x + 7x$.

3. $\ln x$ existe si $x > 0$; $\ln x - 1 \leqslant 0 \iff \ln x \leqslant 1 \iff x \leqslant \text{e}^1 \iff x \leqslant \text{e}$. Donc $S =]0\ ;\ \text{e}]$.

4. On a $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,\text{d}x = F(3) - F(2) \approx 3,3 - 0$.

Comme $\ln 3 \approx 1,1$, la seule solution plausible est $3\ln 3$.

Exercice 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

1. Calcul d'indices et de pourcentages :

a) En utilisant les indices 100 et 115 correspondants à la part initiale de 23,2, loin a $23,2 \times \dfrac{115}{100} = 23,2 \times 1,15 = 26,68 \approx 26,7$ au dixième près.

b) L'indice correspondant à l'année 2000 est égal à $\dfrac{24,2}{23,2} \times 100 \approx 104,3 \approx 104$ à l'unité près.

c) On est passé de 25,4 à 26, soit une augmentation de $\dfrac{26 - 25,4}{25,4} \times 100 = \dfrac{0,6}{25,4} \times 100 \approx 2,36 \approx 2,4\ \%$ au dixième près.

À noter qu'en utilisant les indices on trouve 2,75 % soit une valeur supérieure à cause des arrondis.

Avec la même augmentation les deux années suivantes la part des femmes serait passée de 25,4 en 2005 à $25,4 \times 1,024^3 \approx 27,3\ \%$.

2. Ajustement affine

a) La calculatrice livre : $y = 0,37x + 22,89$. (coefficients arrondis au centième)

b)

3. Modélisation :

a) 2012 correspond au rang 15 : on lit sur le graphique approximativement : 28,4 %

b) Il faut trouver x tel que $0,37x + 22,89 = 50 \iff 0,37x = 27,11 \iff x = \dfrac{27,11}{0,37} \approx 73,3$. Il faut prendre x = 74 qui correspond à 2071. L'affirmation n'est pas pertinente car la modélisation n'est valable que jusqu'en 2012. On ne peut rien dire au-delà.

Exercice 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. Les degrés respectifs des sommets A, B, C, D, E, F sont 4 ; 2 ; 4 ; 2 ; 2 ; 4.

Le nombre d'arêtes du graphe est égal à la demi-somme des degrés des sommets soit :

$\dfrac{4+2+4+2+2+4}{2} = \dfrac{18}{2} = 9$.

Il faudra donc donner au minimum 9 jetons à chaque candidat.

2. Le candidat peut parcourir A B F D C E, donc le graphe est connexe. (ou à l'envers E C D F B).

On a un graphe connexe dont tous les sommets ont un degré pair : il existe donc un cycle aulérien.

3. a) $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

b) Dans la matrice M^2 le terme situé à la quatrième ligne et à la deuxième colonne est égal à 1 : il y a donc une seule chaîne de longueur 2 reliant D à B : D-F-B.

Dans la matrice M^3 le terme situé à la quatrième ligne et à la deuxième colonne est égal à 3 : il y a donc trois chaînes de longueur 3 reliant D à B : D-C-A-B, D-C-F-B, D-F-A-B.

Il y a donc tout quatre chemins.

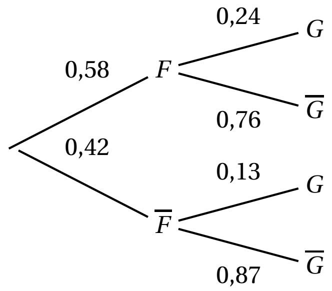
c) Les chemins précédents ont pour longueur respective : 16 ; 10 ; 14 ; 14. La distance la plus courte est donc de 10 km.

On peut aussi utiliser l'algorithme de Dijskra qui conduit au même résultat.

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

1. $p(F) = 0,58$, $p_F(G) = 0,24$ et $p_{\overline{F}}(G) = 0,13$.

2.



3. $p\left(F \cap \overline{G}\right) = p(F) \times p_F\left(\overline{G}\right) = 0,58 \times 0,76 = 0,4408$.

44,08 % des abonnés ont un accès sur la ligne fixe mais pas sur leur téléphone portable.

4. a) D'après la loi des probabilités totales, on a :

$p\left(\overline{G}\right) = p\left(F \cap \overline{G}\right) + p\left(\overline{F} \cap \overline{G}\right) = 0,4408 + 0,42 \times 0,87 = 0,4408 + 0,3654 = 0,8062$.

b) On a $p(G) = 1 - p\left(\overline{G}\right) = 1 - 0,8062 = 0,1938$ soit moins de 20 % des abonnés ont un accès internet sur leur portable.

5. On a une épreuve de Bernoulli avec $n = 3$ et $p\left(\overline{G}\right) = 0,8062$.

Les tirages favorables sont : $\overline{G}GG$ ou $G\overline{G}G$ ou $GG\overline{G}$, donc trois issues favorables. La probabilité qu'exactement une des fiches tirées soit celle d'un abonné qui n'a pas d'accès 3G sur téléphone portable est donc :

$3 \times 0,8062 \times (1 - 0,8062)^2 \approx 0,0908$.

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Partie A : Aspect graphique

1. On lit $C_m(4) = 2$.

2. Le prix de vente unitaire est de 7 milliers d'euros, donc $B_m(4) = 7 - 2 = 5$. Le bénéfice marginal est égal à 5 milliers d'euros, donc l'entreprise gagnera 5 000 € en produisant une tonne supplémentaire.

3. Le bénéfice marginal quand le coût marginal est égal au coût unitaire. Sur le graphique les deux courbes ont deux points communs l'un pour $q \approx 1$ et l'autre pour $q \approx 15,5$.
4. Le bénéfice marginal est positif quand le prix de vente unitaire est supérieur au coût marginal, soit entre 1 et 15,5 tonnes.

Partie B : Aspect algébrique

1. **a)** On a $C_m(10) = 5 - 6\mathrm{e}^{-1,5} \approx 3,67$; $\quad C_m(20) = 10 - 16\mathrm{e}^{-4} \approx 9,7$.
   La fonction C_m est continue et croissante sur $[10 ; 20]$ et $C_m 10 < 7 < C_m(20)$: il existe donc d'après le théorème de la valeur intermédiaire un unique réel q_0 de $[10 ; 20]$ tel que $C_m\left(q_0\right) = 7$.
   b) La calculatrice donne $C_m(15) \approx 6,8$ et $C_m(16) \approx 7,4$, puis
   $C_m(15,3) \approx 6,98$ et $C_m(15,4) \approx 7,04$ et enfin
   $C_m(15,33) \approx 6,998$ et $C_m(15,34) \approx 7,004$. Conclusion $q_0 \approx 15,3$.
   c) On a $B_m\left(q_0\right) = 7 - C_m\left(q_0\right) = 7 - 7 = 0$. Ce résultat est cohérentavec la question 3 de la partie A.
2. On calcule sur $[10 ; 20]$: $C'(q) = 2 \times 0,25q + 4\mathrm{e}^{1-0,25q} + 4q \times (-0,25)\mathrm{e}^{1-0,25q} = 0,5q + 4\mathrm{e}^{1-0,25q} - q\mathrm{e}^{1-0,25q} = 0,5q + (4-q)0,5\mathrm{e}^{1-0,25q} = C_m(q)$.
   Conclusion C est une primitive de C_m sur $[10 ; 20]$.
3. Sachant que la recette pour la vente de q tonnes est égale à $7q$ (en milliers d'euros), le bénéfice pour la vente de q tonnes de détergent est égal à :
   $B(q) = 7q - C(q) = 7q - \left(10 + 0,25q^2 + 4q\mathrm{e}^{1-0,25q}\right)$.
   Donc pour la vente de 5,3 tonnes le bénéfice est égal à :
   $B(5,3) = 7 \times 15,3 - 10 - 0,25 \times 15,3^2\,\mathrm{e}^{1-0,25\times 15,3} \approx 34,948$.
   Pour la vente de 15,3 t de détergent le bénéfice est environ de 34 948 €. (bénéfice maximum)

ANNEXE DE L'EXERCICE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

NUAGE DE POINTS :