Devoir Surveillé n°7A
TES
Probabilités et Échantillonnage
Durée 1 heure - Coeff. 5
Noté sur 20 points

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1. Probabilités conditionnelles, loi normale , IFA, IC et loi uniforme 16 points

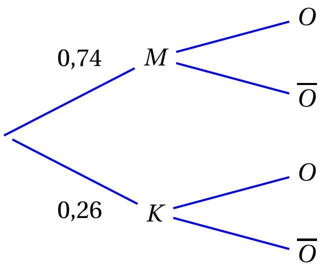
D'après une étude récente il y a 216 762 médecins en France métropolitaine parmi lesquels 0,6 % pratiquent l'ostéopathie et on compte 75 164 kinésithérapeutes parmi lesquels 8,6 % pratiquent l'ostéopathie,

Partie A : Probabilités conditionnelles (4 points)

On choisit une personne au hasard parmi les médecins et les kinésithérapeutes.
On note les évènements suivants :

- M : « la personne choisie est médecin » ;
- K : « la personne choisie est kinésithérapeute » ;
- O : « la personne choisie pratique l'ostéopathie ».

On représente la situation à l'aide de l'arbre pondéré suivant :



1. Reproduire l'arbre de probabilité puis le compléter.
2. Montrer que la probabilité $P(O)$ de l'évènement O est égale à 0,026 8.
3. Un patient vient de suivre une séance d'ostéopathie chez un praticien d'une des deux catégories.
   Déterminer la probabilité que le praticien soit un kinésithérapeute. Donner le résultat arrondi au centième.

Partie B : loi normale (4 points)

On note T la variable aléatoire associant à chaque patient la durée de visite, en minutes, chez un médecin-ostéopathe. On admet que T suit la loi normale d'espérance 30 et d'écart-type 10.
Dans cette partie, les résultats seront arrondis au centième.

1. Déterminer la probabilité $P(20 \leqslant T \leqslant 40)$.
2. Déterminer la probabilité qu'une visite dure plus de trois quart d'heure.
3. Déterminer k tel que $P(T \geq k) = 0,8$ (arrondir à l'unité) et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

Partie C : IFA (4 points)

On rappelle qu'en France métropolitaine 0,6 % des médecins pratiquent l'ostéopathie. Une région compte 47 000 médecins dont 164 médecins-ostéopathes.
On note I l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de médecins ostéopathes de la région.

1. Vérifier que les conditions d'utilisation de cet intervalle sont remplies.
2. Justifier que $I = [0,0053\ ;\ 0,0067]$, les bornes ayant été arrondies à 10^{-4} près.
   Peut-on considérer que pour la pratique de l'ostéopathie par les médecins, cette région est représentative, privilégiée ou défavorisée par rapport à la situation en France métropolitaine ? Justifier la réponse.

Partie D : intervalle de confiance (3 points)

Le ministre de la santé souhaite savoir si les français sont satisfaits de leur médecin généraliste.
Une enquête de satisfaction est réalisée sur un échantillon de 500 français et 304 se déclarent satisfaits de leur médecin.

1. Donner un intervalle de confiance au niveau de 95 % de la proportion de patients satisfaits.
2. Le ministre souhaite cependant avoir une estimation plus précise et donc veut un intervalle de confiance au niveau de 95 % d'amplitude 0,05.

   Déterminer le nombre de personnes à interroger pour obtenir un tel intervalle.

Partie E : loi uniforme (1 point)

Un client est choisi au hasard chez un médecin généraliste et on note A la durée (en minutes) qui s'est écoulée entre l'arrivée du client dans la salle d'attente du cabinet, et sa prise ne charge par le médecin.
On admet que A est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0\,;\,90]$.
Déterminer la probabilité que le client choisi attende moins de 30 minutes avant d'être pris en charge par le médecin.

Exercice 2. Loi binomiale — 4 points

Un opérateur de téléphonie mobile organise une campagne de démarchage par téléphone pour proposer la souscription d'un nouveau forfait à sa clientèle.
Les relevés réalisés au cours de ces premières journées permettent de constater que 12 % des personnes interrogées souscrivent à ce nouveau forfait.
Chaque employé de l'opérateur effectue 60 appels par jour.
On suppose le fichier suffisamment important pour que les choix soient considérés réalisés de façon indépendante et dans des conditions identiques.
On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de souscriptions réalisées par un employé donné un jour donné.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne 5 souscriptions un jour donné. (*On arrondira le résultat au centième*).
3. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne au moins trois souscriptions un jour donné. *On donnera une valeur arrondie au dix millième.*
4. Déterminer $E(X)$, l'espérance mathématique de X, et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

Fin du devoir