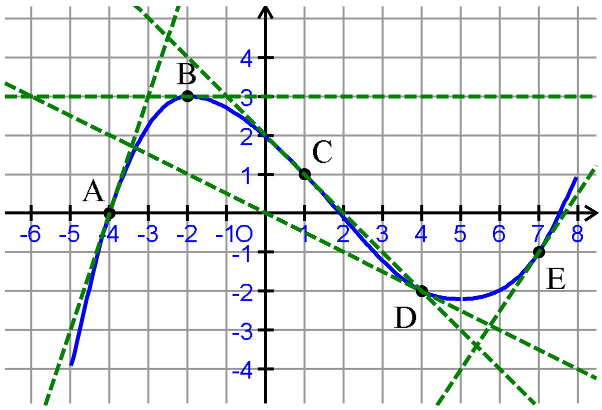
Exercice 01



La courbe passe par les points A(-4 ; 0) ; B(-2 ; 3) ; C(1 ; 1) ; D(4 ; -2) ; E(7 ; -1)
Donc
$f(-4) = 0$; $f(-2) = 3$; $f(1) = 1$; $f(4) = -2$; $f(7) = -1$

Au point A la tangente à la courbe a pour coefficient directeur 3 donc $f'(-4) = 3$

Au point B la tangente à la courbe a pour coefficient directeur 0 donc $f'(-2) = 0$

Au point C la tangente à la courbe a pour coefficient directeur -1 donc $f'(1) = -1$

Au point D la tangente à la courbe a pour coefficient directeur $-\frac{1}{2}$ donc $f'(4) = -\frac{1}{2}$

Au point E la tangente à la courbe a pour coefficient directeur $\frac{3}{2}$ donc $f'(7) = \frac{3}{2}$

Exercice 02

- $f(x) = -\frac{1}{6}x^4 + \frac{5}{2}x^3 + 5x + 10$

  $f'(x) = -\frac{1}{6} \times 4x^3 + \frac{5}{2} \times 3x^2 + 5$ donc $f'(x) = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{15}{2}x^2 + 5$

  $f''(x) = -\frac{2}{3} \times 3x^2 + \frac{15}{2} \times 2x$ donc $f''(x) = -2x^2 + 15x$

- $g(x) = \frac{-x^2 + 10x - 16}{x^2}$

  $g'(x) = \frac{(-2x + 10) \times (x^2) - (-x^2 + 10x - 16) \times (2x)}{(x^2)^2}$

  $= \frac{-2x^3 + 10x^2 + 2x^3 - 20x^2 + 32x}{x^4} = \frac{-10x^2 + 32x}{x^4} = \frac{x(-10x + 32)}{x \times x^3}$

  donc $g'(x) = \frac{-10x + 32}{x^3}$

  $g''(x) = \frac{(-10) \times (x^3) - (-10x + 32) \times (3x^2)}{(x^3)^2} = \frac{-10x^3 + 30x^3 - 96x^2}{x^6}$

  $= \frac{20x^3 - 96x^2}{x^6} = \frac{x^2\,(20x - 96)}{x^2 \times x^4}$ donc $g''(x) = \frac{20x - 96}{x^4}$

- $h(x) = (3 - x)e^x + 1$

  $h'(x) = (-1)e^x + (3 - x)e^x + 0 = -e^x + 3e^x - xe^x = 2e^x - xe^x$

  donc $h'(x) = (2 - x)e^x$

  $h''(x) = (-1)e^x + (2 - x)e^x = -e^x + 2e^x - xe^x = e^x - xe^x$

  donc $h''(x) = (1 - x)e^x$

- $p(x) = \frac{\ell n(x)}{x}$

  $p'(x) = \frac{\frac{1}{x} \times x - \ell n(x) \times 1}{x^2}$ donc $p'(x) = \frac{1 - \ell n(x)}{x^2}$

  $p''(x) = \frac{-\frac{1}{x} \times x^2 - (1 - \ell n(x)) \times 2x}{(x^2)^2} = \frac{-x - 2x + 2x\,\ell n(x)}{x^4} = \frac{-3x + 2x\,\ell n(x)}{x^4}$

  $= \frac{x(-3 + 2\ell n(x))}{x \times x^3}$ donc $p''(x) = \frac{-3 + 2\ell n(x)}{x^3}$

- $q(x) = -0{,}5x^2 + 6x - 20 + 2x\,\ell n(x)$

  $q'(x) = -0{,}5 \times 2x + 6 - 0 + 2\ell n(x) + 2x \times \frac{1}{x} = -x + 6 + 2\ell n(x) + 2$

  donc $q'(x) = -x + 8 + 2\ell n(x)$

  $q''(x) = -1 + 0 + 2 \times \frac{1}{x}$ donc $q''(x) = -1 + \frac{2}{x}$

- $r(x) = (3x - 4)e^{-x} + 2$

  $r'(x) = 3 \times e^{-x} + (3x - 4) \times (-e^{-x}) + 0 = 3e^{-x} - 3xe^{-x} + 4e^{-x} = 7e^{-x} - 3xe^{-x}$

  donc $r'(x) = (7 - 3x)e^{-x}$

  $r''(x) = -3 \times e^{-x} + (7 - 3x) \times (-e^{-x}) = -3e^{-x} - 7e^{-x} + 3xe^{-x} = -10e^{-x} + 3xe^{-x}$

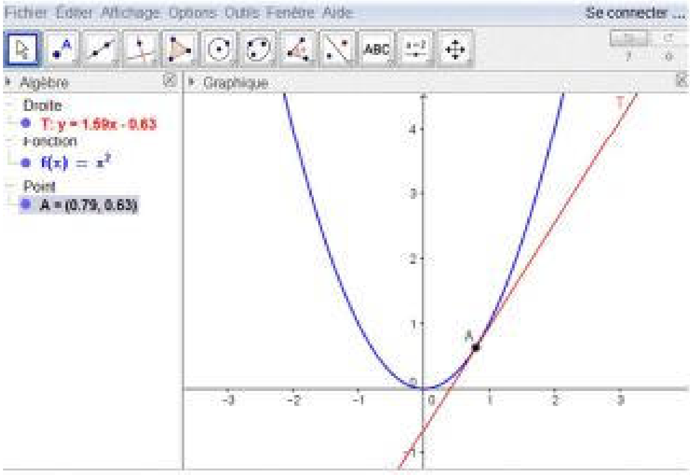
  donc $r''(x) = (-10 + 3x)e^{-x}$

Exercice 03

1°) On trace, avec GeoGebra, la représentation graphique de f.

On peut constater sur le graphique que, pour tout point A de la courbe, si on trace la tangente T à la courbe en A, la courbe se trouve entièrement située au-dessus de sa tangente.

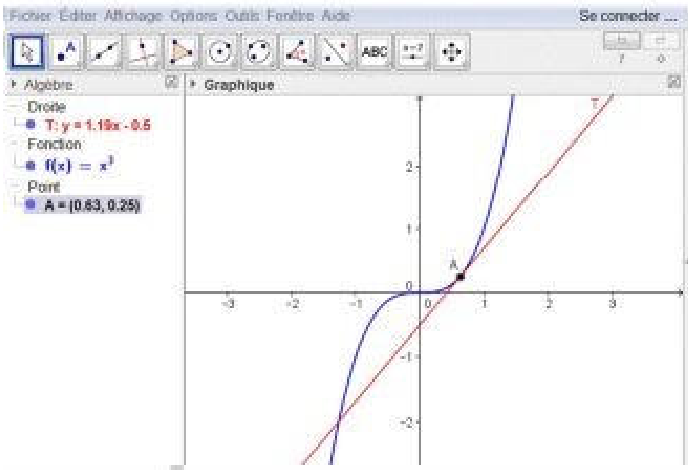
On dit que la fonction $f : x \mapsto x^2$ est une fonction convexe sur IR.



2°) On remplace l'expression de $f(x)$ par $f(x) = x^3$

On constate alors sur le graphique que la courbe ne se trouve pas entièrement située au-dessus de sa tangente.

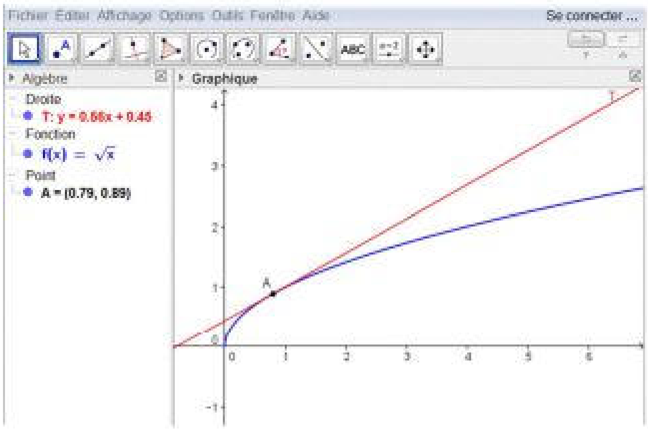
La fonction $f : x \mapsto x^3$ n'est pas une fonction convexe sur IR.



Exercice 04

On trace, avec GeoGebra, la représentation graphique de f.

On peut constater sur le graphique que, pour tout point A de la courbe, si on trace la tangente T à la courbe en A, la courbe se trouve entièrement située au-dessous de sa tangente.



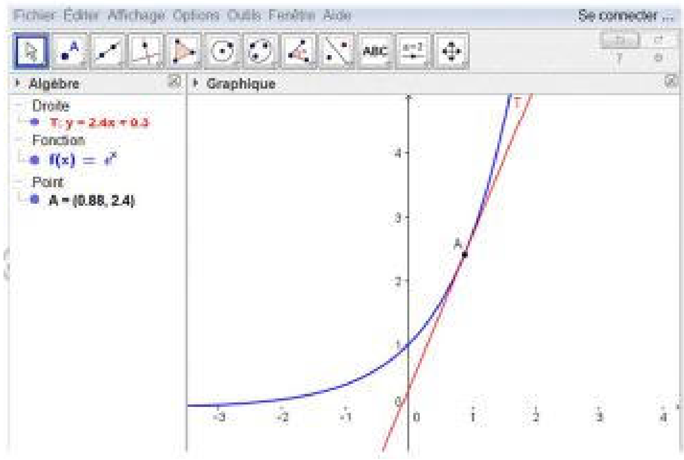
La fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}$ est une fonction concave sur $[0 ; +\infty[$.

Exercice 05

On trace, avec GeoGebra, la représentation graphique de $x \mapsto e^x$

On peut constater sur le graphique que, pour tout point A de la courbe, si on trace la tangente T à la courbe en A, la courbe se trouve entièrement située au-dessus de sa tangente.

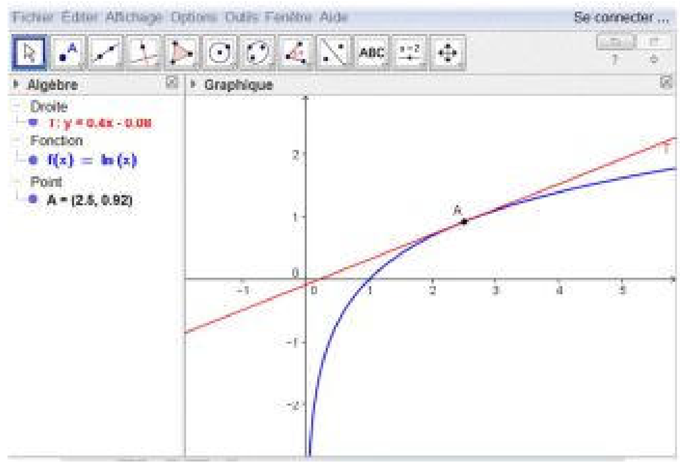
La fonction $x \mapsto e^x$ est une fonction convexe sur $\mathbb{R}$.



On trace, avec GeoGebra, la courbe représentant la fonction $x \mapsto \ell n(x)$

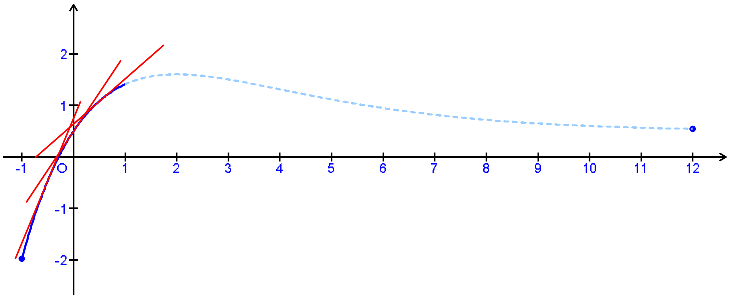
On peut constater sur le graphique que, pour tout point A de la courbe, si on trace la tangente T à la courbe en A, la courbe se trouve entièrement située au-dessous de sa tangente.

La fonction $x \mapsto \ell n(x)$ est une fonction concave sur $]0\,;+\infty[$.

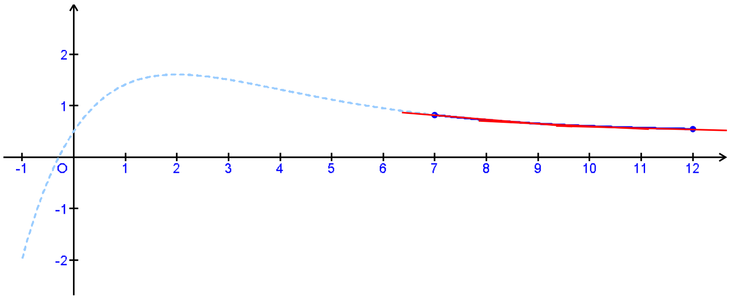


Exercice 06

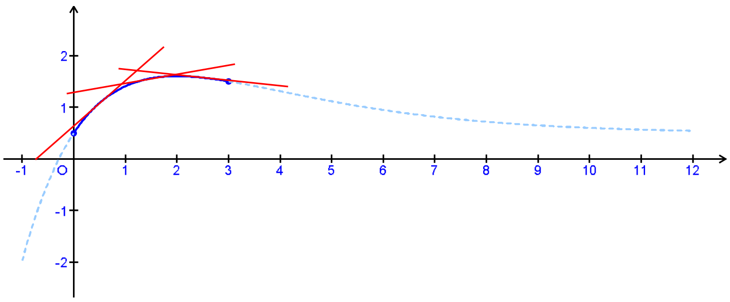
1°) FAUX
Sur l'intervalle $[-1\ ;\ 1]$, la courbe est entièrement située au-dessous de chacune de ses tangentes.
Donc f est concave sur $[-1\ ;\ 1]$



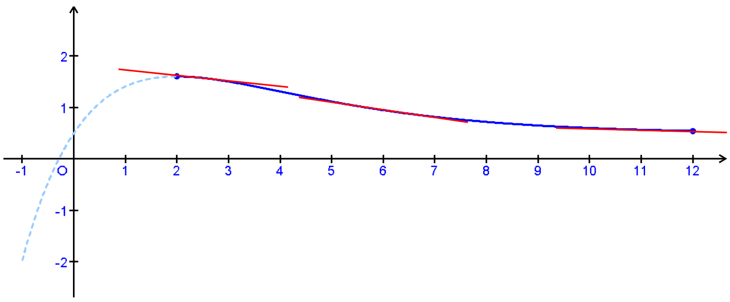
2°) VRAI
Sur l'intervalle $[7\ ;\ 12]$, la courbe est entièrement située au-dessus de chacune de ses tangentes.
Donc f est convexe sur $[7\ ;\ 12]$



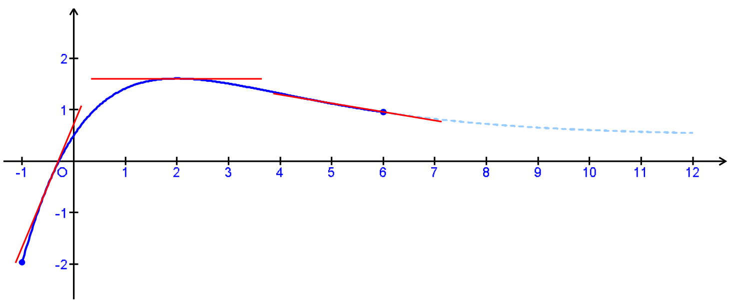
3°) VRAI
Sur l'intervalle $[0\ ;\ 3]$, la courbe est entièrement située au-dessous de chacune de ses tangentes.
Donc f est concave sur $[0\ ;\ 3]$



4°) FAUX
Sur l'intervalle $[2\ ;\ 12]$, la courbe n'est pas entièrement située au-dessous de chacune de ses tangentes, elle n'est pas non plus entièrement située au-dessus de chacune de ses tangentes.
Donc f n'est ni convexe ni concave sur $[2\ ;\ 12]$

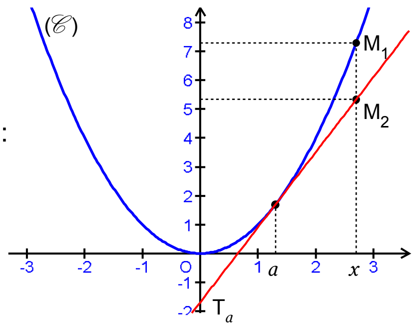


5°) FAUX
Sur l'intervalle $[-1\ ;\ 6]$, la courbe n'est pas entièrement située au-dessous de chacune de ses tangentes, elle n'est pas non plus entièrement située au-dessus de chacune de ses tangentes.
Donc f n'est ni convexe ni concave sur $[-1\ ;\ 6]$



Exercice 07

f est définie sur IR par $f(x) = x^2$



1°) f est dérivable sur IR et on a $f'(x) = 2x$

Soit $a \in$ IR.

La tangente T_a à la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse a a pour équation :

$y = f'(a)(x - a) + f(a)$ c'est-à-dire $y = 2a(x - a) + a^2$

c'est-à-dire $y = 2ax - 2a^2 + a^2$

Donc T_a a pour équation : $y = 2ax - a^2$

2°) Soit $x \in$ IR ;

le point M_1 d'abscisse x sur la courbe $(\mathscr{C})$ a pour ordonnée $y_1 = x^2$

le point M_2 d'abscisse x sur la tangente T_a a pour ordonnée $y_2 = 2ax - a^2$

On a alors $y_1 - y_2 = x^2 - (2ax - a^2)$ donc $y_1 - y_2 = x^2 - 2ax + a^2$

3°) g est la fonction qui à x réel associe $g(x) = x^2 - 2ax + a^2$

On a $g'(x) = 2x - 2a$

Pour $x \leqslant a$ on a $2x \leqslant 2a$ c'est-à-dire $2x - 2a \leqslant 0$; donc $g'(x) \leqslant 0$ pour $x \leqslant a$

Pour $x \geqslant a$ on a $2x \geqslant 2a$ c'est-à-dire $2x - 2a \geqslant 0$; donc $g'(x) \geqslant 0$ pour $x \geqslant a$

On en déduit que g est décroissante sur $]-\infty ; a]$ et croissante sur $[a ; +\infty[$

Par conséquent g a un minimum en a.

Ce minimum est $g(a) = a^2 - 2a^2 + a^2 = 0$

Donc g a un minimum en a et ce minimum est 0.

g ayant pour minimum 0, on en déduit que pour tout $x \in$ IR, on a $g(x) \geqslant 0$

4°) D'après la question 2, $y_1 - y_2 = x^2 - 2ax + a^2 = g(x)$ donc $y_1 - y_2 \geqslant 0$ c'est-à-dire $y_1 \geqslant y_2$

On en déduit que, pour tout $x \in$ IR, le point M_1 d'abscisse x sur la courbe $(\mathscr{C})$ a une ordonnée supérieure ou égale à celle du point M_2 d'abscisse x sur la tangente T_a .

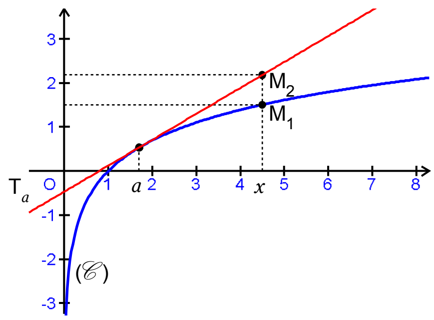
On en déduit que $(\mathscr{C})$ est au-dessus de sa tangente T_a .

5°) Le résultat de la question 4 est vrai pour tous les réels a. Donc la courbe $(\mathscr{C})$ est entièrement située au-dessus de chacune de ses tangentes, c'est-à-dire que la fonction f est convexe.

Exercice 08

f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \ell n(x)$

1°) f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et on a $f'(x) = \dfrac{1}{x}$



Soit $a \in\ ]0 ; +\infty[$.
La tangente T_a à la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse a a pour équation :

$y = f'(a)(x - a) + f(a)$ c'est-à-dire $y = \dfrac{1}{a}(x - a) + \ell n(a)$

c'est-à-dire $y = \dfrac{x}{a} - 1 + \ell n(a)$

Donc T_a a pour équation : $y = \dfrac{x}{a} - 1 + \ell n(a)$

2°) Soit $x \in\ ]0 ; +\infty[$; le point M_1 d'abscisse x sur la courbe $(\mathscr{C})$ a pour ordonnée $y_1 = \ell n(x)$

le point M_2 d'abscisse x sur la tangente T_a a pour ordonnée $y_2 = \dfrac{x}{a} - 1 + \ell n(a)$

On a alors $y_1 - y_2 = \ell n(x) - \left[\dfrac{x}{a} - 1 + \ell n(a)\right] = \ell n(x) - \dfrac{x}{a} + 1 - \ell n(a) = \ell n(x) - \ell n(a) - \dfrac{x}{a} + 1$

donc $y_1 - y_2 = \ell n(x) - \ell n(a) - \dfrac{1}{a} \times x + 1$

3°) g est la fonction qui à x dans $]0 ; +\infty[$ associe $g(x) = \ell n(x) - \ell n(a) - \dfrac{1}{a} \times x + 1$

On a $g'(x) = \dfrac{1}{x} - 0 - \dfrac{1}{a} + 0$ ($\ell n(a)$ et 1 sont des constantes)

donc $g'(x) = \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{a}$

On sait que la fonction inverse est décroissante sur $]0 ; +\infty[$, donc

Pour $x \leqslant a$ on a $\dfrac{1}{x} \geqslant \dfrac{1}{a}$ c'est-à-dire $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{a} \geqslant 0$ donc $g'(x) \geqslant 0$ pour $x \leqslant a$

Pour $x \geqslant a$ on a $\dfrac{1}{x} \leqslant \dfrac{1}{a}$ c'est-à-dire $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{a} \leqslant 0$ donc $g'(x) \leqslant 0$ pour $x \geqslant a$

On en déduit que g est croissante sur $]0 ; a]$ et décroissante sur $[a ; +\infty[$
Par conséquent g a un maximum en a.
Ce maximum est $g(a) = \ell n(a) - \ell n(a) - \dfrac{1}{a} \times a + 1 = 0$

Donc g a un maximum en a et ce maximum est 0.
g ayant pour maximum 0, on en déduit que pour tout $x \in\ ]0 ; +\infty[$, on a $g(x) \leqslant 0$

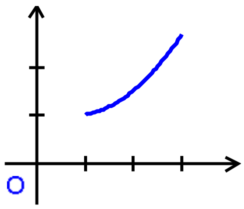
4°) D'après la question 2, $y_1 - y_2 = \ell n(x) - \ell n(a) - \dfrac{1}{a} \times x + 1 = g(x)$ donc $y_1 - y_2 \leqslant 0$ c'est-à-dire $y_1 \leqslant y_2$

On en déduit que, pour tout $x \in\ ]0 ; +\infty[$, le point M_1 d'abscisse x sur la courbe $(\mathscr{C})$ a une ordonnée inférieure ou égale à celle du point M_2 d'abscisse x sur la tangente T_a.
On en déduit que $(\mathscr{C})$ est au-dessous de sa tangente T_a.

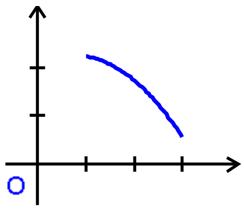
5°) Le résultat de la question 4 est vrai pour tous les réels a de $]0 ; +\infty[$. Donc la courbe $(\mathscr{C})$ est entièrement située au-dessous de chacune de ses tangentes, c'est-à-dire que la fonction f est concave.

Exercice 09

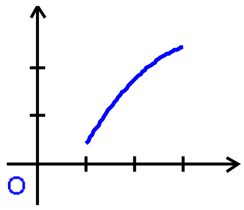
D'après les représentations graphiques on peut dire que :



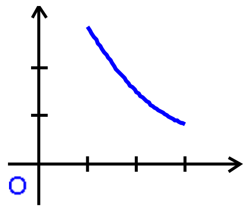
la fonction f
est croissante
et convexe



la fonction g
est décroissante
et concave

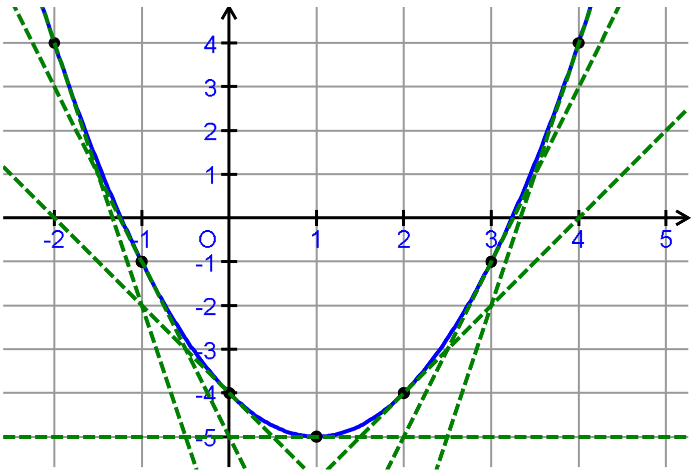


la fonction h
est croissante
et concave



la fonction r
est décroissante
et convexe

Exercice 10



1°) D'après le graphique, la courbe de la fonction f se trouve entièrement au-dessus de chacune de ses tangentes.
Donc f est convexe sur $[-2\ ;\ 4]$.

2°) La lecture graphique des coefficients directeurs des tangentes, permet d'obtenir les résultats suivants :

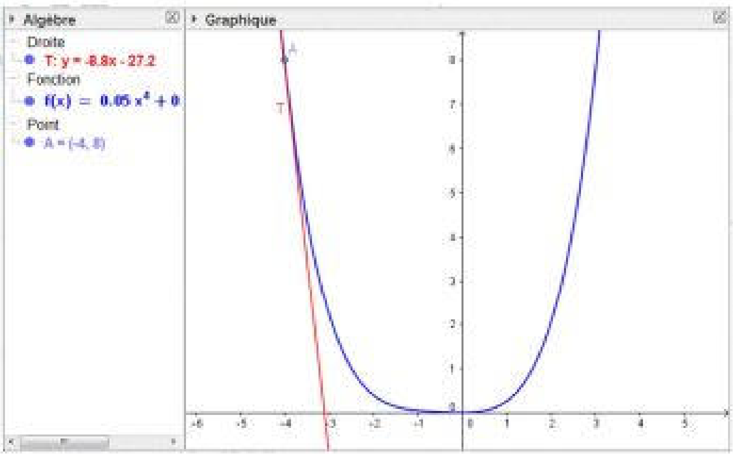
a	-2	-1	0	1	2	3	4
$f'(a)$	-6	-4	-2	0	2	4	6

On constate que les valeurs de a et de $f'(a)$ varient dans le même sens (lorsque a augmente, $f'(a)$ augmente)
On peut conjecturer que la fonction f' est croissante.

Exercice 11

f est définie sur IR par $f(x) = 0{,}05\,x^4 + 0{,}1\,x^3 + 0{,}1\,x^2$

1°) En utilisant le logiciel GeoGebra, on obtient la représentation graphique de f.



2°) On crée un point A sur la courbe de f et on trace la tangente T à la courbe au point A.

3°) En déplaçant le point A sur la courbe, on peut constater que la courbe de f se trouve entièrement située au-dessus de chacune de ses tangentes.
On en déduit que f est convexe sur IR.
On peut compléter le tableau suivant :

a	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f'(a)$	$-8{,}8$	$-3{,}3$	$-0{,}8$	$-0{,}1$	0	$0{,}7$	$3{,}2$	$8{,}7$

4°) $f(x) = 0{,}05\,x^4 + 0{,}1\,x^3 + 0{,}1\,x^2$
donc $f'(x) = 0{,}05 \times 4x^3 + 0{,}1 \times 3x^2 + 0{,}1 \times 2x$ c'est-à-dire $f'(x) = 0{,}2\,x^3 + 0{,}3\,x^2 + 0{,}2\,x$
et $f''(x) = 0{,}2 \times 3x^2 + 0{,}3 \times 2x + 0{,}2$ c'est-à-dire $f''(x) = 0{,}6\,x^2 + 0{,}6\,x + 0{,}2$

$0{,}6\,x^2 + 0{,}6\,x + 0{,}2$ est un trinôme du second degré dont le discriminant est
$\Delta = 0{,}6^2 - 4 \times 0{,}6 \times 0{,}2 = 0{,}36 - 0{,}48 = -0{,}12$
On a $\Delta < 0$ donc le trinôme $0{,}6\,x^2 + 0{,}6\,x + 0{,}2$ est toujours du signe de $a = 0{,}6$
On a donc $f''(x) \geqslant 0$ pour tout $x \in$ IR.
On sait que f'' est la dérivée de f'.
Comme f'' est positive sur IR, on en déduit que f' est croissante sur IR.

Exercice 12

f est définie sur IR par $f(x) = e^x$

On a $f'(x) = e^x$ et on sait que la fonction exponentielle est croissante.

On en déduit que f' est croissante sur IR.

Sa dérivée étant croissante sur IR, la fonction exponentielle est convexe sur IR.

Exercice 15

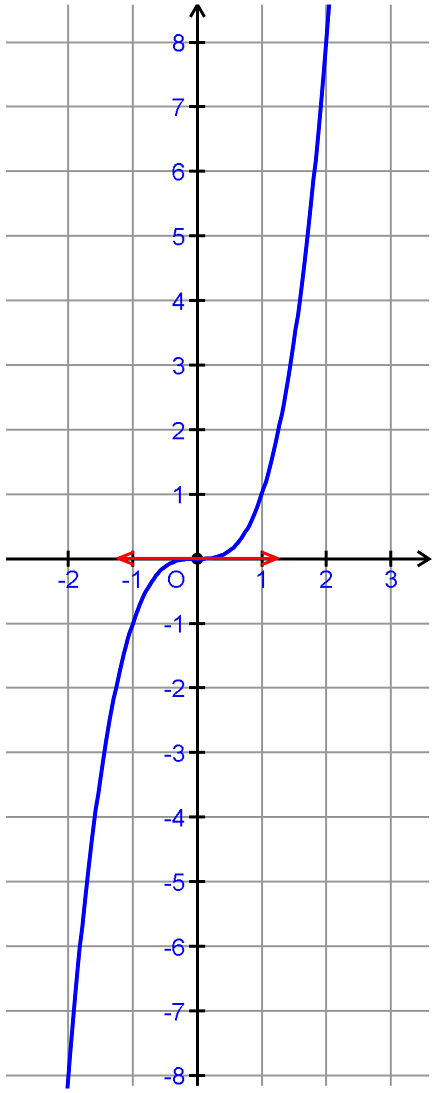
f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$

1°) On a $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$

2°) $f''(x) = 6x$; donc $f''(x)$ est du signe de x.
Pour $x \in]-\infty ; 0]$ on a $x \leqslant 0$
donc $f''(x) \leqslant 0$ pour tout $x \in]-\infty ; 0]$.
On en déduit que f est concave sur $]-\infty ; 0]$.
Pour $x \in [0 ; +\infty[$ on a $x \geqslant 0$
donc $f''(x) \geqslant 0$ pour tout $x \in [0 ; +\infty[$
On en déduit que f est convexe sur $[0 ; +\infty[$.

3°) On a $f'(0) = 0$
donc la tangente à $(\mathscr{C})$ en son point d'abscisse 0 est parallèle à l'axe des abscisses.
Sachant que $f(0) = 0$, la courbe $(\mathscr{C})$ passe par O et la tangente à $(\mathscr{C})$ en O est l'axe des abscisses.

On trace la courbe $(\mathscr{C})$.



Le point O est un point où la représentation graphique $(\mathscr{C})$ de f traverse sa tangente.

On dit que O est un point d'inflexion de la courbe $(\mathscr{C})$.

Exercice 18

1°) f est définie sur IR par $f(x) = x^2 - 3x + 5$

$f'(x) = 2x - 3$; $f''(x) = 2$

f'' est positive sur IR, donc f est convexe sur IR. La courbe de f n'a pas de point d'inflexion.

2°) f est définie sur IR par $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 4$

$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$; $f''(x) = 6x - 4$

f'' s'annule et change de signe en $\frac{2}{3}$.

La courbe de f a un point d'inflexion d'abscisse $\frac{2}{3}$.

3°) f est définie sur IR par $f(x) = x^4$

$f'(x) = 4x^3$; $f''(x) = 12x^2$

f'' est positive sur IR, donc f est convexe sur IR. La courbe de f n'a pas de point d'inflexion.

NB: f'' s'annule en 0, mais elle ne change pas de signe en 0.

4°) f est définie sur IR par $f(x) = x^4 - 6x^2 - 2x - 5$

$f'(x) = 4x^3 - 12x - 2$; $f''(x) = 12x^2 - 12 = 12(x^2 - 1) = 12(x - 1)(x + 1)$

f'' s'annule et change de signe en -1 et en 1.

La courbe de f a deux points d'inflexion d'abscisses respectives -1 et 1.

5°) f est définie sur IR par $f(x) = x^4 + x^3 + x^2$

$f'(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x$; $f''(x) = 12x^2 + 6x + 2$

$12x^2 + 6x + 2$ est un trinôme du second degré dont le discriminant est

$\Delta = 6^2 - 4 \times 12 \times 2 = 36 - 96 = -60$

Δ étant négatif, f'' ne s'annule pas.

f'' est positive sur IR, donc f est convexe sur IR. La courbe de f n'a pas de point d'inflexion.

6°) f est définie sur IR par $f(x) = e^x$

On sait que la fonction exponentielle est convexe sur IR.

La courbe de f n'a pas de point d'inflexion.

7°) f est définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \ell n(x)$

On sait que la fonction logarithme népérien est concave sur $]0\,;+\infty[$.

La courbe de f n'a pas de point d'inflexion.

8°) f est définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 2x^2 + \ell n(x) - 1$

$f'(x) = 4x + \frac{1}{x}$; $f''(x) = 4 - \frac{1}{x^2} = \frac{4x^2 - 1}{x^2} = \frac{(2x - 1)(2x + 1)}{x^2}$

f'' s'annule et change de signe en $-\frac{1}{2}$ et en $\frac{1}{2}$.

La courbe de f a deux points d'infexion d'abscisses respectives $-\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2}$.

NB : On peut visualiser les différents résultats en traçant la courbe de la fonction f dans chacun des cas.

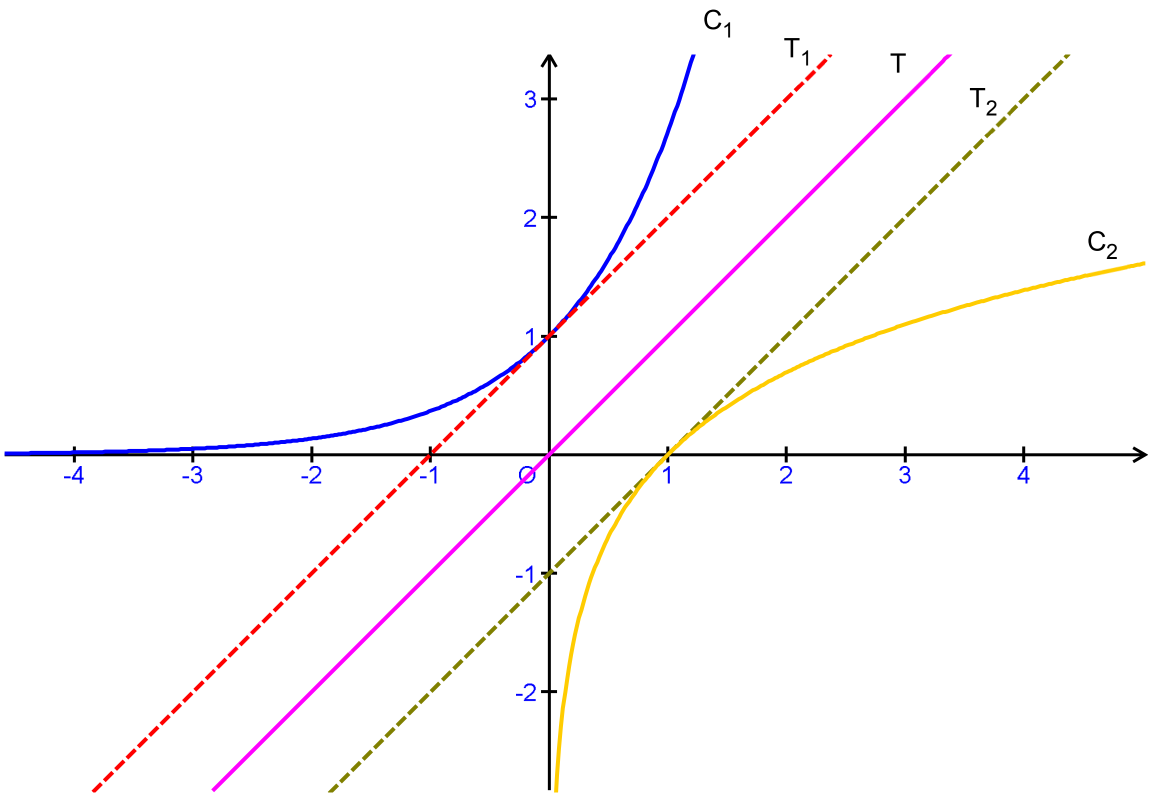
Exercice 20

1°) Voir dessin en bas de page.
Les trois droites ont le même coefficient directeur, donc T ; T_1 et T_2 sont parallèles.
De plus, pour tout réel x on a : $x - 1 < x < x + 1$
Donc T_2 est au-dessous de T qui est elle-même au-dessous de T_1

2°) C_1 est la courbe représentative de la fonction $x \mapsto e^x$
La fonction f définie par $f(x) = e^x$ a pour dérivée $f'(x) = e^x$
La tangente à la courbe C_1 en son point d'abscisse 0 a pour équation :
$y = f'(0) \times (x - 0) + f(0)$ c'est-à-dire $y = 1 \times (x - 0) + 1$ c'est-à-dire $y = x + 1$
Donc C_1 a pour tangente en son point d'abscisse 0 la droite T_1.
On sait que la fonction exponentielle est convexe. Donc sa courbe se trouve entièrement située au-dessus de chacune de ses tangentes.
On en déduit que C_1 est entièrement située au-dessus de la droite T_1
On trace C_1 sur le dessin.

3°) C_2 est la courbe représentative de la fonction $x \mapsto \ell n(x)$
La fonction f définie par $f(x) = \ell n(x)$ a pour dérivée $f'(x) = \dfrac{1}{x}$
La tangente à la courbe C_2 en son point d'abscisse 1 a pour équation :
$y = f'(1) \times (x - 1) + f(1)$ c'est-à-dire $y = 1 \times (x - 1) + 0$ c'est-à-dire $y = x - 1$
Donc C_2 a pour tangente en son point d'abscisse 1 la droite T_2.
On sait que la fonction logarithme népérien est concave. Donc sa courbe se trouve entièrement située au-dessous de chacune de ses tangentes.
On en déduit que C_2 est entièrement située au-dessous de la droite T_2
On trace C_2 sur le dessin.

4°) On en déduit que C_1 est entièrement située au-dessus de T_1, elle-même entièrement située au-dessus de T, elle-même entièrement située au-dessus de T_2, elle-même entièrement située au-dessus de C_2.



Exercice 21

1°) $f(x) = -2(x+2)\,e^{-x}$ donc $f(-1) = -2(-1+2)\,e^{1}$ c'est-à-dire $f(-1) = -2e$
Avec une calculatrice on obtient $f(-1) \approx -5{,}44$

2°) a) Sachant que $f(-1) = -2e$ la courbe de f doit passer par le point de coordonnées $(-1\ ;\ -2e)$
Donc f est représentée par la courbe $\mathscr{C}_3$
La courbe $\mathscr{C}_3$ indique alors que f est décroissante sur $]-\infty\,;-1]$ et croissante sur $[-1\,;+\infty[$
La fonction f' est donc négative sur $]-\infty\,;-1]$ et positive sur $[-1\,;+\infty[$
c'est-à-dire que sa courbe doit être au-dessous de l'axe des abscisses lorsque $x \in\ ]-\infty\,;-1]$ et au-dessus de l'axe des abscisses lorsque $x \in [-1\,;+\infty[$
Donc f' est représentée par la courbe $\mathscr{C}_1$
La courbe $\mathscr{C}_1$ indique alors que f' est croissante sur $]-\infty\,;0]$ et décroissante sur $[0\,;+\infty[$
La fonction f'' est donc positive sur $]-\infty\,;0]$ et négative sur $[0\,;+\infty[$
c'est-à-dire que sa courbe doit être au-dessus de l'axe des abscisses lorsque $x \in\ ]-\infty\,;0]$ et au-dessous de l'axe des abscisses lorsque $x \in [0\,;+\infty[$
Donc f'' est représentée par la courbe $\mathscr{C}_2$

b) La fonction f est convexe lorsque sa dérivée seconde est positive, c'est-à-dire lorsque la courbe $\mathscr{C}_2$ est au-dessus de l'axe des abscisses.
La fonction f est concave lorsque sa dérivée seconde est négative, c'est-à-dire lorsque la courbe $\mathscr{C}_2$ est au-dessous de l'axe des abscisses.
Donc f est convexe sur $]-\infty\,;0]$ et concave sur $[0\,;+\infty[$.

c) f est convexe sur $]-\infty\,;0]$ et concave sur $[0\,;+\infty[$, donc la courbe de f a un point d'inflexion d'abscisse 0.