حلول تمارين حركة الدوران

التمرين 1

1- السرعة الزاوية بالوحدة $rad.s^{-1}$

$\omega = 30\times\frac{2\pi}{60}$ ← $\omega = \pi \approx 3,14\ rad.s^{-1}$

2- التردد و الدور

- التردد: $N=\frac{\omega}{2\pi}$ ت.ع $N=0,5\ Hz$
- الدور: $T=\frac{1}{N}$ ت.ع $T=2\ s$

3- سرعة نقطة من محيط القرص

$v=R\omega$ مع $R=\frac{d}{2}$ ت.ع $v=0,28\ m.s^{-1}$

4- المسافة التي تقطعها هذه النقطة بعد عشر دورات

$\Delta s=R\cdot\Delta\theta$ مع $\Delta\theta=2\pi n$ ت.ع $\Delta s=5,65\ m$

طريقة أخرى: $v=\frac{\Delta s}{\Delta t}$ مع $\Delta t=10T$ (10 دورات)

← $\Delta s=10vT$

التمرين 2

1- طبيعة حركة الجسم:

المعادلة الزمنية s(t) دالة تآلفية، نستنتج أن حركة الجسم دوران منتظم.

2- السرعة الخطية للنقطة M:

تعبيرها هو: $v=\frac{\Delta s}{\Delta t}$ و قيمتها حسب المعادلة s(t) هي: $v=0,70\ m.s^{-1}$

3- المسافة التي قطعها M عند اللحظة t=10 s:

نعوض t بقيمتها في المعادلة الزمنية s(t): $s=0,70\times10+0,03$

← $s=7,03\ m$

4- المعادلة الزمنية θ(t):

باعتبار العلاقة بين الأفصولين الزاوي و المنحني: $s=R\theta$ أي $\theta=\frac{s}{R}$

مع R=15 cm=0,15 m، فإن معادلة الأفصول الزاوي هي: $\theta=4,7t+0,2\ (rad)$

التمرين 3

1- • قيم سرعة M في المواضع M_2 و M_4 و M_6:

تعبير السرعة اللحظية في موضع M_i هي حسب علاقة التأطير: $v_i\approx\frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\tau}$

ت.ع

الموضع	M_2	M_4	M_6
السرعة $v_i(m.s^{-1})$	0,4	0,4	0,4

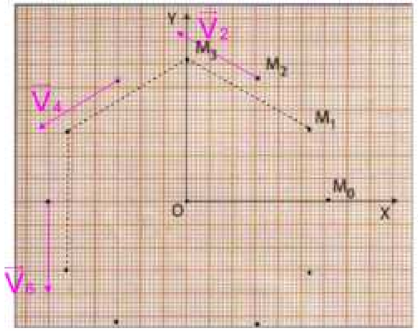
• تمثيل متجهات السرعة في نفس المواضع:

نختار سلما مناسبا، مثلا:

1 cm تمثل $0,2\ m.s^{-1}$

ثم نمثل متجهة السرعة في كل من المواضع الثلاث باعتبار المميزات التالية:

- الاتجاه: المماس في الموضع المدروس
(عمليا نعتبره موازيا للوتر المار من الموضعين المؤطرين)
- المنحى: منحى الحركة.



2- طبيعة حركة M:

مسار M دائري و قيمة سرعتها ثابتة، إذن حركتها دائرية و منتظمة.

3- سرعتها الزاوية:

باعتبار العلاقة بين السرعتين الخطية و الزاوية $v=R\omega$ فإن: $\omega=\frac{v}{R}$

ت.ع على التسجيل نقيس الشعاع فنجد: R=3,1 cm

نستنتج: $\omega=\frac{0,4}{3,1\times10^{-2}}$ أي: $\omega=12,9\ rad.s^{-1}$

4- المعادلتان الزمنيتان s(t) و θ(t):

باعتبار الدوران منتظما فإن:

$$\begin{cases} s(t)=vt+s_0 \\ \theta(t)=\omega t+\theta_0 \end{cases}$$

ت.ع باعتبار الشروط البدئية المشار إليها في السؤال لدينا:

$s_0=\widehat{M_0M_1}\approx1,6cm=0,016m$ و $\theta_0=\frac{s_0}{R}=\frac{0,016}{0,031}\approx0,5\ rad$ (نقيس $\widehat{M_0M_1}$)

التمرين 4

1- أ- طبيعة الحركة:

حسب المبيان، θ(t) دالة زمنية تآلفية نستنتج أن حركة الجسم دوران منتظم.

ب- السرعة الزاوية:

المعادلة الزمنية للحركة هي على الشكل التالي: $\theta(t)=\omega t+\theta_0$ و هي أيضا معادلة المستقيم. نستنتج أن قيمة السرعة الزاوية ω تساوي مبيانيا ميل المستقيم:

$$\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{\theta_2-\theta_1}{t_2-t_1}$$

نعتبر نقطتين من المستقيم، نجد:

$$\omega=\frac{(2,5-1)(rad)}{(160-40)\times10^{-3}(s)}$$

← $\omega=12,5\ rad.s^{-1}$

ت- المعادلة الزمنية $\theta(t)$:

مبيانيا قيمة الأفصول الزاوي عند أصل التواريخ تساوي الأرتوب عند الأصل: $\theta_0=0,5\ rad$

و بالتالي التعبير العددي للمعادلة الزمنية للحركة هو: $\theta(t)=12,5t+0,5$

2- أ- السرعة الخطية:

باعتبار العلاقة بين السرعتين الخطية و الزاوية، السرعة الخطية هي: $v=R\omega$

ت.ع: المسافة بين M و محور الدوران تحدد شعاع المسار الدائري للنقطة M:

R=10 cm=0,10m

إذن: $v=0,10\times12,5$ ← $v=1,25\ m.s^{-1}$

ب- المعادلة الزمنية s(t):

باعتبار الدوران منتظما فإن: $s(t)=vt+s_0$ مع $s_0=R\cdot\theta_0$

ت.ع: $s_0=0,10\times0,5=0,05\ m$

← $s(t)=1,25t+0,05$

التمرين 5

1- وصف الحركة:

يبرز المبيان أن حركة الدوران تتم على مرحلتين :

- المرحلة الأولى: بين اللحظتين t=0 و t=30 s تبقى السرعة الزاوية ثابتة مع الزمن، ما يعني أن الدوران منتظم خلال هذه المرحلة.
- المرحلة الثانية: بين اللحظتين t=30 s و t=50 s تتناقص السرعة الزاوية خطيا مع الزمن إلى أن تنعدم(يتوقف الجسم عن الدوران)، في هذه الحالة نقول أن الدوران متباطئ بانتظام.

2- السرعة الزاوية في المرحلة الأولى:

على المخطط θ=f(t) نقرأ القيمة: $\omega=50\pi\ rad.s^{-1}$ أي: $\omega\approx157,1\ rad.s^{-1}$

3- عدد الدورات خلال المرحلة الأولى:

بما أن الدوران منتظم خلال هذه المرحلة، فإن السرعة الزاوية في كل لحظة تساوي السرعة الزاوية المتوسطة: $\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ نستنتج زاوية الدوران خلال المدة Δt لهذه المرحلة: $\Delta\theta=\omega\cdot\Delta t$

ثم باعتبار العلاقة بين عدد الدورات n و زاوية الدوران: $\Delta\theta=2\pi n$

نستنتج عدد الدورات: $n=\frac{\omega\cdot\Delta t}{2\pi}$ ت.ع $n=\frac{50\pi\times30}{2\pi}$ ← $n=750\ tr$

☜ ينجز الجسم 750 دورة في المرحلة الأولى.

التمرين 6

1- السرعة الزاوية لعقارب الساعة:

تدور عقارب الساعة بانتظام، سرعتها الزاوية ثابتة و تحقق العلاقة: $\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

و باعتبار دورة واحدة: $\omega=\frac{2\pi}{T}$ حيث T مدة دورة واحدة (أي الدور).

ت.ع:

عقرب الدقائق	عقرب الساعات
ينجز عقرب الدقائق دورة واحدة خلال ساعة واحدة: ← $T_1=3600\ s$ ← $\omega_1=\frac{2\pi}{3600}$ $\omega_1\approx1,75.10^{-3}\ rad.s^{-1}$	ينجز عقرب الساعات دورة واحدة خلال 12 ساعة: ← $T_2=12x3600\ s$ ← $\omega_2=\frac{2\pi}{12\times3600}$ $\omega_1\approx1,45.10^{-4}\ rad.s^{-1}$

2- لحظة التراكب الأول لعقارب الساعة بعد الساعة 12 h:

المعادلتان الزمنيتان لحركتي عقربي الساعة هما: $\begin{cases}\theta_1=\omega_1 t+\theta_{01}\\ \theta_2=\omega_2 t+\theta_{02}\end{cases}$

باختيار موضع العقربين عند t=0 (الساعة 12 h) أصلا للأفاصيل الزاوية، فإن: $\theta_{01}=\theta_{02}=0$

و بالتالي: $\begin{cases}\theta_1=\omega_1 t\\ \theta_2=\omega_2 t\end{cases}$

عند تلاقي (تراكب) العقربين تتحقق المعادلة التالية: $\theta_1=\theta_2+2k\pi$

مع k عدد صحيح طبيعي (موجب) لأن $\theta_1>\theta_2$ باعتبار عقرب الدقائق أسرع من عقرب الساعات ($\omega_1>\omega_2$).

تراكب العقربين عند t=0

عند التلاقي الأول (k=1): $\omega_1 t=\omega_2 t+2\pi$

نستنتج تاريخ لحظة التراكب الأول: $t=\frac{2\pi}{\omega_1-\omega_2}$

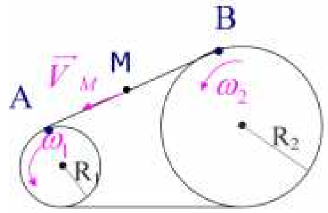
ت.ع: $t=\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3600}-\frac{2\pi}{12\times3600}}=\frac{3600}{1-\frac{1}{12}}=\frac{3600\times12}{11}$

$\leftarrow t\approx 3927,3\ s=1h05\min27s$

التراكب الأول

التمرين 7

1- دراسة النظام 1:



أ- مقارنة منحيي دوران البكرتين:

البكرتان تدوران في نفس المنحى.

ب- العلاقة بين سرعتيهما الزاويتين:

باعتبار السير لا ينزلق على مجرى البكرتين، فإن للنقط A و B و M نفس السرعة الخطية: $v_A=v_M=v_B$

A نقطة من مجرى البكرة 1 إذن: $v_A=R_1\cdot\omega_1$

و B نقطة من مجرى البكرة 2 إذن: $v_B=R_2\cdot\omega_2$

نستنتج المتساوية: $R_1\cdot\omega_1=R_2\cdot\omega_2$

و منها العلاقة: $\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{R_1}{R_2}$

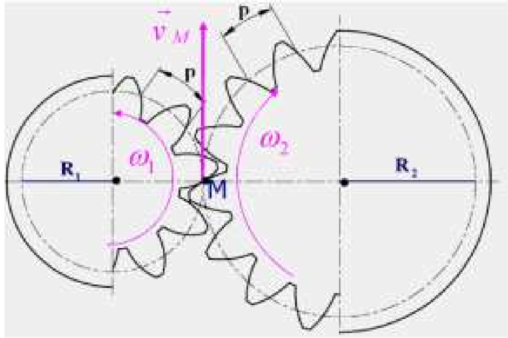
ت- تردد دوران البكرة 2:

ليكن N_1 و N_2 ترددي البكرتين 1 و 2. باعتبار العلاقة بين السرعة الزاوية و التردد: $\omega=2\pi N$، نستنتج من العلاقة السابقة العلاقة التالية: $\frac{N_2}{N_1}=\frac{R_1}{R_2}$

و بالتالي: $N_2=N_1\cdot\frac{R_1}{R_2}$ ت.ع: $N_2=1(Hz)\times\frac{1}{2}\rightarrow N_2=0,5\ Hz$

نلاحظ أن البكرة الأصغر هي الأسرع.

2- دراسة النظام 2:



أ- مقارنة منحيي دوران الدولابين:

الدولابان يدوران في منحيين متعاكسين.

ب- العلاقة بين السرعتين الزاويتين:

نعتبر نقطة M من مساحة التماس بين الدولابين.

سرعتها الخطية تحقق العلاقتين التاليتين:

$v_M=R_2\cdot\omega_2$ و $v_M=R_1\cdot\omega_1$

(M تنتمي في نفس الآن لمحيط كل من الدولابين).

نستنتج علاقة مماثلة للنظام 1: $\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{R_1}{R_2}$ (1)

من جهة أخرى، تحقق p، المسافة بين سنين متتاليتين أو خطوة الأسنان، العلاقة التالية:

$$p=\frac{2\pi R}{n}$$

و باعتبار أن للدولابين نفس خطوة الأسنان (شرط التشابك) نستنتج المتساوية التالية:

$$\frac{2\pi R_1}{n_1}=\frac{2\pi R_2}{n_2}$$

أي: $\frac{R_1}{R_2}=\frac{n_1}{n_2}$ (2)

من العلاقتين (1) و (2) نتوصل إلى العلاقة المطلوبة: $\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{n_1}{n_2}$