دوران جسم صلب غير قابل للتشويه حول محور ثابت

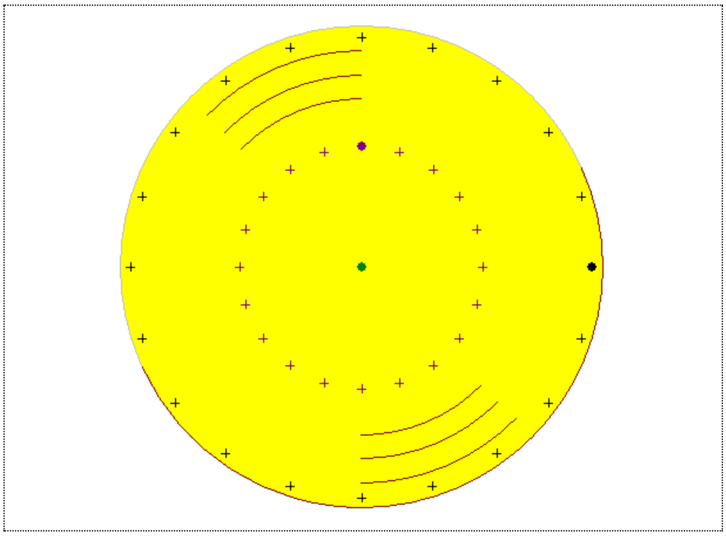
Rotation d'un solide indéformable autour d'un axe fixe

I) حركة جسم صلب في دوران حول محور ثابت.

النشاط: استحضار أمثلة مختلفة و تجسيد البعض منها

تكون المجموعة $\{corps-axe\}$ قابلة للتشويه في حالة إزاحة دائرية لجسم صلب, في حين تكون المجموعة $\{corps-axe\}$ صلبة في حالة حركة دورانية للجسم.

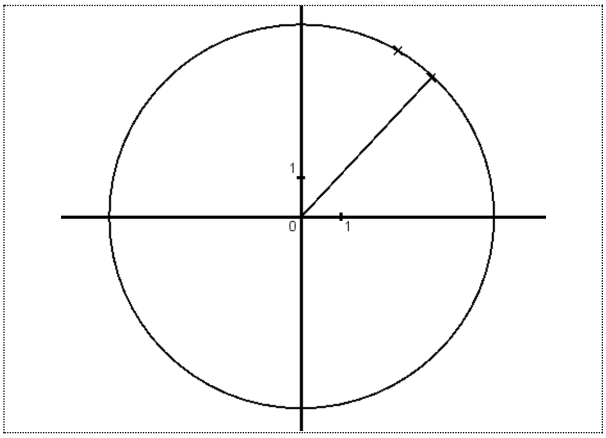
مثال: قرص في دوران حول محور ثابت.



تعريف: تكون لجسم صلب غير قابل للتشويه حركة دوران حول محور ثابت إذا كانت كل نقطة من نقطه في حركة دائرية ممركزة على هذا المحور.

II) دراسة الحركة الدائرية.

1) معلمة الحركة.



المعلم $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ متعامد و ممنظم و متجهته $\vec{k}$ منطبقة مع محور الدوران. نعتبر المحور Ox اتجاها مرجعيا و نوجه المسار وفق منحى الحركة:

- ❖ نسمي الزاوية $\theta=(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OM})$ بالأفصول الزاوي للنقطة المتحركة M عند اللحظة t, و هو مقدار جبري وحدته في S.I هي الراديان (rad).
- ❖ نسمي القوس $s=\overset{\frown}{AM}$ بالأفصول المنحني للنقطة المتحركة M عند التاريخ t, و هو مقدار جبري وحدته في S.I هي المتر (m).

❖ العلاقة بين الأفصول الزاوي و الأفصول المنحني: $s = r \,.\, \theta$

r يمثل شعاع المسار الدائري للنقطة المتحركة.

تطبيق: حدد على التسجيل كل من الأفصول الزاوي و الأفصول المنحني للنقطة المتحركة عند التاريخ $t = 3.\tau$

2) السرعة الزاوية.

أ- السرعة الزاوية المتوسطة.

عندما ينجز الجسم حركة دوران حول المحور (Δ) يكون للنقطة المتحركة M أفصولا زاويا θ_1 عند التاريخ t_1 ثم أفصولا زاويا θ_2 عند التاريخ t_2:

تعريف:

السرعة الزاوية المتوسطة ω_m للنقطة المتحركة M بين اللحظتين t_1 و t_2 هي :

$$\omega_m = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

وحدتها في S.I هي الراديان على الثانية: $rad.s^{-1}$

ملحوظة: يكون لجميع نقط الجسم نفس السرعة الزاوية, نتحدث بذلك عن السرعة الزاوية للجسم.

تطبيق: أحسب السرعة الزاوية المتوسطة للقرص علما أن $\tau = 20\,ms$.

ب- السرعة الزاوية اللحظية.

نعتبر لحظتين t_{i-1} و t_{i+1} جد متقاربتين تؤطران اللحظة t_i , إذا كان الفرق في الأفصول الزاوي بين هاتين اللحظتين, نحدد السرعة الزاوية اللحظية بالعلاقة: $\theta_{i+1} - \theta_{i-1}$

$$\omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

عندما نضع: $\delta\theta_i = \theta_{i+1} - \theta_{i-1}$ و $\delta t_i = t_{i+1} - t_{i-1}$ نكتب: $\omega_i = \dfrac{\delta\theta_i}{\delta t_i}$

ت- العلاقة بين السرعة الزاوية و السرعة الخطية.

السرعة الخطية V_i للنقطة المتحركة هي : $V_i = \dfrac{M_{i+1}M_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \dfrac{\delta s_i}{\delta t}$

و لدينا $s_M = r_M \,.\, \theta$ بذلك $\delta s_M = r_M .\delta\theta$ و منه: $V_M(t_i) = r_M \,.\, \dfrac{\delta\theta_i}{\delta t} = r_M .\omega(t_i)$

$$V_M(t_i) = r_M .\omega(t_i)$$

تطبيق: أحسب السرعة الخطية للنقطتين A و B على التسجيل.

III) حـــركة الـــدوران المنتـــظم.

تعـــريف: تكـــون حـــركة دوران جسم صـــلب حـــول محـــور ثـــابت منتـــظمة إذا بقـــية ســـرعـــته الـــزاوية اللحـــظية ثـــابتة: $\omega = Cte$.

*** الـــدور و التـــردد .**

مع مـــرور الـــزمن تتكـــرر ممـــاثلة لنفسهـــا حـــركة جســـم دورانه منتـــظم, نقـــول أنهـــا دورية. إذا كـــان الجسـم ينجـز دورة خـلال مـدة زمـنية T , فـإن T تمثـل دور الحـركة.

و نستـــنتج أن :

$$\boxed{\omega = \frac{2.\pi}{T}}$$

تعـــريف: التـــردد f لحـــركة دوريـــة هـــو عـــدد الأدوار التي تتكـــرر خـــلال وحـــدة الـــزمن.

و نستـــنتج :

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

وحـــدة التـــردد في S.I هـــي الهـــرتـــز رمـــزهـــا Hz. ($Hz = s^{-1}$)

تطبـــيق: أحســـب تـــردد حـــركة القـــرص فـــي التسجـــيل.

*** المعـــادلة الـــزمـــنية للحـــركة.**

إذا كـــان الأفصـــول الـــزاوي لنقـــطة متحـــركة M من الجســـم عنـــد التـــاريخ t هـــو θ و عنـــد التـــاريخ البـــدئي t_0 هـــو θ_0 فـــإن : $\omega = \dfrac{\theta - \theta_0}{t - t_0} = Cte$ و منـــه:

$$\boxed{\theta = \omega.(t - t_0) + \theta_0}$$

تمثـــل العـــلاقة المعـــادلة الزمـــنية لحـــركة النقـــطة M مـــن الجســـم, وفي حـــالة $t_0 = 0$ نكتـــب:

$$\boxed{\theta = \omega.t + \theta_0}$$

بـــاعتبـــار الأفصـــول المنحنـــي s تكـــون المعـــادلة الزمنـــية لحـــركة النقـــطة M:

$s_M(t) = r_M.\theta_M(t)$ و بـــذلك : $s_M = r_M.[\omega.(t - t_0) + \theta_0]$ و منـــه:

$$\boxed{s_M = V_M.(t - t_0) + s_0}$$

فـــي حـــالة $t_0 = 0$ تكتـــب المعـــادلة: $\boxed{s_M = V_M.t + s_0}$

IV) تطبـــيق: دراســـة حـــركة قـــرص باستعمـــال الـــومـــاض