# تصحيح تمارين طاقة الوضع الثقالية
# الطاقة الميكانيكية

**تمرين 1:**

التعبير العام لطاقة الوضع الثقالية :

$$Epp = mgz + C$$

m: كتلة الجسم
g:شدة الثقالة
z: أنسوب مركز قصور الجسم
C : ثابتة تحدد بالحالة المرجعية

1- الحالة المرجعية z=2 :
لدينا عند z=2Epp=0
$0=mg\times2+C \Rightarrow C = -2mg$
$Epp=mgz-2mg$
$\mathbf{Epp=mg(z-2)}$

- عند : $z_1=6$ لدينا : $Epp(z_1)=mg(z_1-2)$
ت.ع: $Epp(z_1)=2x9,8x(6-2)=78,4J$
- عند : $z_2=-4$ لدينا : $Epp(z_2)=mg(z_2-2)$
ت.ع: $Epp(z_2)=2x9,8x(-4-2)=-117.6J$

2- الحالة المرجعية z=-1 :
لدينا عند z=-1Epp=0
$0=mg(-1)+C \Rightarrow C = mg$
$Epp=mgz+mg$
$\mathbf{Epp=mg(z+1)}$

- عند $z_1=-4$ لدينا :
$Epp=2x9,8x(-4+1)=-58,8J$
- عند $z_2=0$
$Epp=2x9,8x(0+1)=19,6J$
- عند $z_3=-1$ لدينا :
Epp=0(الحالة المرجعية )

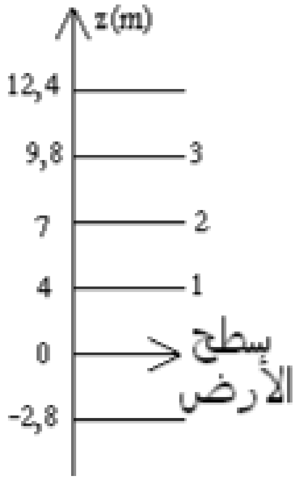
## تمرين 2 :

1- الحالة المرجعية : سطح الأرض z=0

Epp=mgx0+C=0 $\Longrightarrow C = 0$

تعبير Epp يصبح :

**Epp=mgz**




1.1- عندما يكون الطفل في الطابق السفلي :z=-2,8m

Epp=mg(-2,8)=50x9.8x(-2,8)

Epp=-1372J

1.2- عندما يكون الطفل في الطابق الثاني :z=7m

Epp=50x9,8x7

Epp=3430J

2- الحالة المرجعية : الطابق الثاني : z=7m

Epp=mg(7)+C=0 $\Longrightarrow C = -7mg$

تعبير Epp يصبح :

Epp=mgz-7mg

**Epp=mg(z-7)**

2.1- عندما يكون الطفل في الطابق السفلي :z=-2,8m

Epp=50x9,8x(-2,8-7)

Epp=-4802J

2.2- عندما يكون الطفل في الطابق الثالث : z=9,8m

Epp=50x9,8x(9,8-7)

Epp=1372J

## تمرين 3 :

تعبير تغير طاقة الوضع الثقالية :

في الحالة النهائية : $Epp_f=mgz_f+C$

في الحالة البدئية: $Epp_i=mgz_i+C$

تغير طاقة الوضع : $\Delta Epp = Epp_f - Epp_i$

$$\Delta Epp = mgz_f - mgz_i = mg(z_f - z_i)$$

$$\Delta Epp = mg\Delta z$$

- بالنسبة للكرة كتلتها M:

$$\Delta z = OG_0 - OG' = L + r - (L + r)cos\theta$$

$$\Delta z = (L + r)(1 - cos\theta)$$

نحصل على :

$$\Delta Epp_1 = Mg(L + r)(1 - cos\theta)$$

ت.ع: $\Delta Epp_1 = 500.10^{-3} \times 9,8 \times (50.10^{-2} + 5.10^{-2})(1 - cos20°)$

$$\Delta Epp_1 = 1,62.10^{-1} J$$

- بالنسبة للحبل كتلته m:

$\Delta Epp_2 = mg\Delta z'$ مع : $\Delta z' = \frac{L}{2} - \frac{L}{2}cos\theta = \frac{L}{2}(1 - cos\theta)$

نحصل على:

$$\Delta Epp_2 = mg\frac{L}{2}(1 - cos\theta)$$

ت.ع: $\Delta Epp_2 = 50.10^{-3} \times 9,8 \times \frac{50.10^{-2}}{2}(1 - cos20°)$

$$\Delta Epp_2 = 7,39.10^{-3} J$$

- بالنسبة للمجموعة {حبل + كرة}:

$$\Delta Epp = \Delta Epp_1 + \Delta Epp_2$$

ت.ع: $\Delta Epp = 1,62.10^{-1} + 7,39.10^{-3}$

$$\Delta Epp = 1,69.10^{-1} J$$

## تمرين 4 :

1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم (S) :

لدينا : Epp=mgz+C

الحالة المرجعية مطابقة مع أصل الأناسيب :Epp=0 عند z=0

Epp=mgx0+C=0 $\Rightarrow C = 0$

نحصل على : Epp=mgz

حسب الشكل لدينا : sin$\alpha = \frac{z}{x} \Rightarrow z = x.sin\alpha$

نستنتج :

$$Epp = m.g.x.sin\alpha$$

2- حساب طاقة الوضع :

- عند بداية الحركة :

الجسم يوجد في الحالة المرجعية: Epp=0

(يمكن تعويض x ب 0 في تعبير طاقة الوضع الثقالية فنحصل على Epp=0)

- عندما ينتقل الجسم (S) ب x=-2m نحصل على :

$$Epp = 700.10^{-3} \times 9,8 \times (-2) \times sin20° = -4,69J$$

لاحظ الجسم يوجد تحت الحالة المجعية لطاقة الوضع الثقالية فطاقة وضعه سالبة .

## تمرين 5:

1- حساب طاقة الوضع الثقالية للدلو :

- سطح الماء حالة مرجعية و هو يطابق أصل الأناسيب : Epp=0 عند $z_1$=0

وبالتالي : C=0

تعبير Epp هو :

$Epp=mgz$

ت.ع:

$$Epp = 10 \times 9{,}8 \times (-3) = -294J$$

- مستوى الماء حالة مرجعية وهو يطابق $z_2=-5m$ :

$Epp=mgz_2+C=0 \Rightarrow C=-mgz_2$

تعبير Epp هو :

$Epp=mgz(z-z_2)$

ت.ع: $Epp = 10 \times 9{,}8 \times \langle (3) - (-5) \rangle = 196J$

2- تغير طاقة الوضع الثقالية عندما يتغير مركز قصور الدلو من مستوى الماء الى مستوى الأرض :

- الحالة المرجعية مستوى سطح الأرض :

-عند سطح الماء($z_i=-5$):

$Epp(z_i)=mgz_i=10x9{,}8x(-5)=-490J$

-عند سطح الارض($z_f=0$) :

$Epp(z_f)=mgz_f=10x9{,}8x0=0$

-تغير طاقة الوضع الثقالية :

$$\Delta Epp = Eppz_f - Eppz_i = 0 - (-490) = 490J$$

- الحالة المرجعية سطح الأرض :

-عند سطح الماء ($z_i=-5$):

$Epp(zi)=mg(z_i-z_2)=10x9{,}8x[(5)-(-5)]$

-عند سطح الأرض ($z_f=0$)

$Epp=mg(z_f - z_2)=10x9{,}8x[0-(-5)]=490J$

-تغير طاقة الوضع الثقالية :

$$\Delta Epp = Eppz_f - Eppz_i = 490 - 0 = 190J$$

- نستنتج أن تغير طاقة الوضع الثقالية ثابتة $\Delta Epp = cte$ وهي لا تتعلق بالحالة المرجعية .

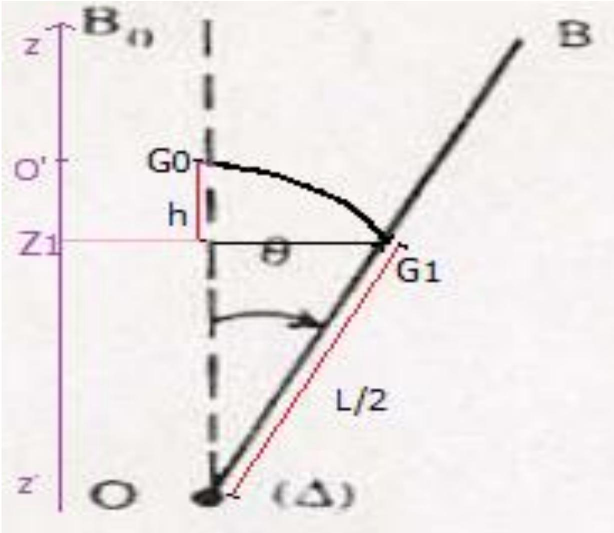
## تمرين 6 :

1- (تعبير Epp بدلالة $\theta$ :

لدينا : $Epp(z_1)=mgz_1-mgz_{Ep=0}$

الحالة المرجعية لEpp مطابقةلأصل الأناسيب ومنه $mgz_{Ep=0}=0$

ومنه : $Epp(z_1)=mgz_1$




لدينا :

h=$\frac{\ell}{2}cos\theta$ و z1=$\frac{\ell}{2}-h$

وبالتالي : z1=$\frac{\ell}{2}-\frac{\ell}{2}\cos\theta=\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta)$

تعبيير Epp يكتب :

$$Epp=-mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta)$$

ت.ع: $Epp=-600.10^{-3}\times 9{,}8\times\frac{50.10^{-2}}{2}(1-\cos\theta)$

$$Epp=-1{,}47(1-\cos\theta)$$

2- حساب $\Delta Epp$تغير طاقة الوضع :

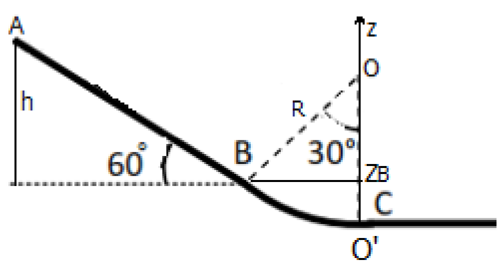
$$Epp_1=-1{,}47(1-\cos\theta_1)$$
$$\Delta Epp_2=-1{,}47(1-\cos\theta_2)$$
$$\Delta Epp=Epp_2-Epp_1=1{,}47(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$$
$$\Delta Epp=1{,}47[\cos(150°)-\cos(15°)]$$
$$\Delta Epp=-2{,}69J$$

## تمرين 7:

1- نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم S بين الموضعين A و Bنكتب :

$$Ec_B-Ec_A=W_{A\to B}(\vec{P})+W_{A\to B}(\vec{R})$$

لدينا vA=0 وبالتالي : EcA=0




الاحتكاكات مهملة : $W_{A\to B}(\vec{R})=0$

h=AB.sin$\alpha$ مع $W_{A\to B}(\vec{P})=mgh$

المبرهنة تكتب :

$$\frac{1}{2}mv_B^2=mg.ABsin\alpha$$
$$v_B^2=2gAB.sin\alpha$$
$$v_B=\sqrt{2gAB.sin\alpha}$$

ت.ع: $v_B=\sqrt{2\times 9{,}8\times 3\times sin60°}$

$$v_B=7{,}1m/s$$

2- حساب طاقة الوضع الثقالية في كل من B و C :

تعبير طاقة الوضع الثقالية :

الحالة المرجعية Epp=0 عند z=0 ومنه C=0

Epp=mgz

عند الموضع B لدينا : $Epp(B) = mgz_B$

بالاعتماد على الشكل: $z_B = R - Rcos30°$

$z_B = R(1 - cos30°)$

$\mathrm{Epp(B) = mgR(1 - cos30°)}$

ت.ع: $Epp(B) = 400.10^{-3} \times 9{,}8 \times 0{,}5(1 - cos30°)$

$Epp(B) = 0{,}26J$

عند الموضع C :

الجسم يوجد في الحالة المرجعية وبالتالي : Epp(C)=0

3- نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم S بين B و C :

$Ec(C) - Ec(B) = W_{B\to C}(\vec{P}) + W_{B\to C}(\vec{R})$

$W_{B\to C}(\vec{R}) = 0$ لأن الاحتكاكات مهملة

$W_{B\to C}(\vec{P}) = mg(z_B - z_C) = mgz_B$ لأن $z_C = 0$

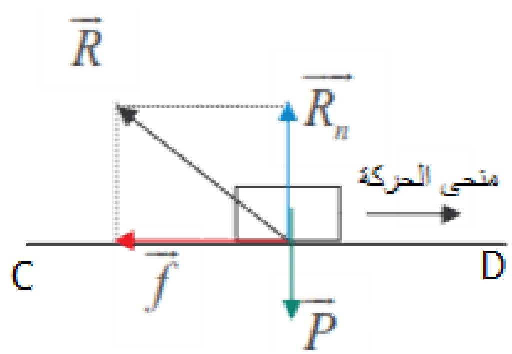
$Ec(C) = Ec(B) + mgz_B$

$Ec(C) = mgABsin60° + Epp(B)$

ت.ع: $Ec(C) = 0{,}4 \times 9{,}8 \times 3 \times sin60° + 0{,}26$

$Ec(C) = 10{,}44J$

4- حساب شغل قوة التحتكاك بين C و D :




مبرهنة الطاقة الحركية تكتب:

$Ec(D) - Ec(C) = W_{C\to D}(\vec{P}) + W_{C\to D}(\vec{R})$

لدينا : Ec(D)=0 لأن الجسم يتوقف .

$W_{C\to D}(\vec{P}) = 0$ لأن اتجاه $\vec{P}$ عمودي على متجهة الانتقال $\overrightarrow{CD}$ .

$W_{C\to D}(\vec{R}) = W_{C\to D}(\vec{f}) + W_{C\to D}(\overrightarrow{R_N})$

$W_{C\to D}(\overrightarrow{R_N}) = 0$ لأن اتجاه $\vec{R}_N$عمودي على متجهة الانتقال $\overrightarrow{CD}$ .

نستنتج :

$W_{C\to D}(\vec{f}) = W_{C\to D}(\vec{R}) = -Ec(C))$

$W_{C\to D}(\vec{f}) = -10{,}44J$

## تمرين 8:

طاقة الوضع الثقالية للعمود :

- عندما يكون زاوية $\alpha = 60°$ مع المستوى الأفقي :

نختار الحالة المجعية لطاقة الوضغ الثقالية المستوى الأفقي المر من B والذي نعتبره أصلا للأفاصيل .

Epp=0 عند z=0 ومنه C=0

تعبير Epp هو: $Epp = mgz$

نحدد أنسوب G حيث : $z_G = BGsin\alpha$ مع $BG = AB - AG = L - \frac{2L}{3} = \frac{L}{3}$

$$Epp = mg\frac{L}{3}sin\alpha$$

ت.ع:

$$Epp = 150 \times 9{,}81 \times \frac{3}{2} \times \sin(60°)$$
$$Epp = 1911{,}5N$$

- عندما يكون العمود في وضع رأسي :

في هذه الحالة تساوي الزاوية $\alpha = 90°$

طاقة الوضع الثقالية تساوي :

$$E'pp = 150 \times 9{,}81 \times \frac{3}{2} \times \sin(90°)$$
$$E'pp = 2207{,}2N$$

## تمرين 9:

1- طبيعة التماس بين (S) والجزء AB :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين A و B :

يخضع الجسم الى قوتين :

-وزنه $\vec{P}$

- تأثير السطح الأفقي$\vec{R}$

$$Ec_B - Ec_A = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{A\to B}(\vec{P}) + W_{A\to B}(\vec{R})$$

$W_{A\to B}(\vec{P}) = 0$ لأن المتجهة $\vec{P}$ عمودية على متجهة الانتقال $\overrightarrow{AB}$ .

ومنه :

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

ت.ع: $W_{A\to B}(\vec{R}) = \frac{1}{2} \times 200.10^{-3} \times 2^2 - \frac{1}{2} \times 200.10^{-3} \times 3^2$

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = -0{,}5J$$

بما أن $W_{A\to B}(\vec{R}) < 0$ فإن التماس يتم باحتكاك بين الجسم والسطح AB .

2- شدة قوة الأحتكاك :

نفكك القوة $\vec{R}$ الى مركبتين :

$\vec{f}$ : المركبة المماسية وتسمى قوة الاحتكاك .

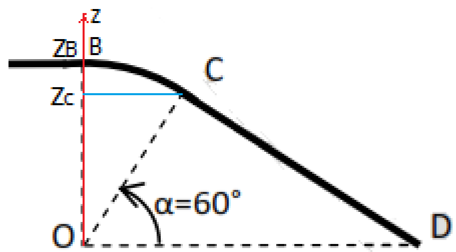
$\vec{R}_N$ : المركبة المنظمية .

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = W_{A\to B}(\vec{f}) + W_{A\to B}(\vec{R}_N)$$
$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{f}.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{R_N}.\overrightarrow{AB}$$
$$W_{A\to B}(\vec{R}) = -f.AB + 0$$
$$f = -\frac{W_{A\to B}(\vec{R})}{AB}$$

ت.ع: $f = -\frac{(-0,5)}{2} = 0,25N$

3- حساب طاقة الوضع الثقالية في كل من المواضع B و C و D :

باعتبار الحالة المرجعية المستوى الافقي المار من O الذي نتخذه أصلا لمحور الأناسيب .




لدينا C=0 وتعبير طاقة الوضع هو : $Epp = mgz$

عند الموضع B : لدينا zB=r ومنه : $Epp_B = mgr$

$$Epp_B = 0,2 \times 10 \times 3 = 6J$$

عند الموضع C :لدينا zC=rsin$\alpha$ ومنه : $Epp_C = mgr.sin\alpha$

$$Epp_C = 0,2 \times 10 \times 3 \times \sin(60°) = 5,2J$$

عند الموضع D : لدينا : zD=0 ومنه : $Epp_D = 0$

4- حساب سرعة الجسم عند النقطة D :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين B و D :

$$Ec_D - Ec_B = W_{B\to D}(\vec{P}) + W_{B\to D}(\vec{R})$$

بما أن الاحتكاكات مهملة فإن : $W_{B\to D}(\vec{R}) = 0$

$$W_{B\to D}(\vec{P}) = mg(z_B - z_D)$$
$$W_{B\to D}(\vec{P}) = mg(mgr - 0) = mgr$$

العلاقة السابقة تكتب :

$$Ec_D = Ec_B + mgr$$
$$Ec_D = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgr = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 2^2 + 0,2 \times 10 \times 3$$
$$Ec_D = 6,4J$$

$$Ec_D = \frac{1}{2} m v_D^2$$

$$v_D^2 = \frac{2Ec_D}{m}$$

$$v_D = \sqrt{\frac{2Ec_D}{m}}$$

$$v_D = \sqrt{\frac{2 \times 6{,}4}{0{,}2}}$$

$$v_D = 8 m.s^{-1}$$