

# Devoir à rendre pour le 05 janvier 2017

## EXERCICE 1

### Puzzle

(7 points)

On se propose de déterminer l'ensemble ( $S$ ) des entiers relatifs  $n$  vérifiant le système :

$$\begin{cases} n \equiv 2 [13] \\ n \equiv 5 [17] \end{cases}$$

1) Recherche d'un élément de ( $S$ ).

On désigne par  $(u, v)$  un couple d'entiers relatifs tel que  $13u + 17v = 1$ .

- a) Justifier l'existence d'un tel couple  $(u, v)$ .
- b) On pose  $n_0 = 5 \times 13u + 2 \times 17v$ .  
Démontrer que  $n_0$  appartient à ( $S$ ).
- c) Donner un exemple d'entier  $n_0$  appartenant à ( $S$ ).

2) Caractérisation des éléments de ( $S$ )

- a) Soit  $n$  un entier relatif appartenant à ( $S$ ).  
Démontrer que  $n - n_0 \equiv 0 [221]$ .
- b) En déduire qu'un entier relatif  $n$  appartient à ( $S$ ) si et seulement si  $n$  peut s'écrire sous la forme  $n = 158 + 221k$  où  $k$  est un entier relatif.

3) Application

En rangeant les  $n$  pièces d'un puzzle, Claudia constate que si elle les range par groupe de 13, il lui en reste 2 et si elle les range par groupe de 17, il lui en reste 5.

Sachant que le nombre de pièces du puzzle est un nombre entier de centaine et qu'il y a moins de 1000 pièces. Déterminer le nombre de pièces du puzzle.

## EXERCICE 2

### Jetons

(3 points)

1) On considère l'équation (E) à résoudre dans  $\mathbb{Z}$  :  $7x - 5y = 1$ .

- a) Déterminer un couple solution de (E).
- b) Résoudre alors l'équation (E).

2) Une boîte contient 25 jetons, des rouges, des verts et des blancs. Sur les 25 jetons il y a  $x$  jetons rouges et  $y$  jetons verts. Sachant que  $7x - 5y = 1$ , quels peuvent être les nombres de jetons rouges, verts et blancs ?