

CORRIGE – La Merci – Montpellier – M. QUET

Exo1 : Les événements sont équiprobables et Ω contient 32 possibilités

- 1) il y a un seul valet de trèfle donc $p(A) = \frac{1}{32}$
- 2) il y a quatre valets donc $p(B) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$
- 3) il y a 12 figures dans le jeu donc $p(C) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$
- 4) il y a 8 piques dans le jeu donc $p(D) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$
- 5) il y a 3 figures à pique donc $p(E) = \frac{3}{32}$

Exo2 : 1) On a : $p(A) = p(B) = p(C)$, $p(D) = p(E)$ et $p(A) = 3 \times p(D)$

Formule de cours : $p(A) + p(B) + p(C) + p(D) + p(E) = 1$

Donc $3 \times p(A) + 2 \times p(D) = 1$ soit : $3 \times 3 \times p(D) + 2 \times p(D) = 1$

Ainsi $p(D) = \frac{1}{11}$ ainsi $p(D) = p(E) = \frac{1}{11}$ et $p(A) = p(B) = p(C) = \frac{3}{11}$

2) Soit l'événement F : « D ou E gagne » :

les événements D et E sont disjoints donc $p(F) = p(D) + p(E) = \frac{2}{11}$

3) soit l'événement G : « A ou B ou C gagne » :

les événements A , B et C sont disjoints donc $p(G) = p(A) + p(B) + p(C) = \frac{9}{11}$

1) $p(\overline{B}) = 1 - p(B) = 1 - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$

. Événements A , $A \cap B$, $A \cup B$

Exo3 : l'événement $A \cap B$ est « c'est un roi et une figure » d'où $A \cap B = A$

donc $p(A \cap B) = p(A) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

$p(A \cap B) \neq 0$ donc **les événements A et B ne sont pas incompatibles**

Exo4 : 1) appelons l'événement 1 : « la face 1 apparaît », l'événement 2 : « la face 2 apparaît », etc ...

on a : $p(1) = k \times 1$; $p(2) = k \times 2$; $p(3) = k \times 3$; $p(4) = k \times 4$; $p(5) = k \times 5$; $p(6) = k \times 6$.

D'où : $k = \frac{p(1)}{1} = \frac{p(2)}{2} = \frac{p(3)}{3} = \frac{p(4)}{4} = \frac{p(5)}{5} = \frac{p(6)}{6}$

Ainsi : $p(2) = 2 p(1)$, $p(3) = 3 p(1)$, $p(4) = 4 p(1)$, $p(5) = 5 p(1)$ et $p(6) = 6 p(1)$

La somme des probabilités est égale à 1 : $p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1$

donc : $p(1) + 2 p(1) + 3 p(1) + 4 p(1) + 5 p(1) + 6 p(1) = 1$

ainsi : $p(1) = \frac{1}{21}$, $p(2) = \frac{2}{21}$, $p(3) = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$, $p(4) = \frac{4}{21}$, $p(5) = \frac{5}{21}$ et $p(6) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

2) $p(A) = p(2) + p(4) + p(6) = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$; $p(B) = p(5) + p(6) = \frac{11}{21}$; $p(A \cap B) = p(6) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

3) $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$; $p(\overline{B}) = 1 - p(B) = 1 - \frac{11}{21} = \frac{10}{21}$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{12}{21} + \frac{11}{21} - \frac{6}{21} = \frac{17}{21}$

. Des statistiques aux probabilités

Exo5 : . Avoir au moins 17 ans signifie : avoir 17 ans ou 18 ans ou 19 ans d'où :

$$p(A) = \frac{35}{100} + \frac{30}{100} + \frac{15}{100} = \frac{80}{100} = \mathbf{0,8}$$

Autre méthode : avoir au moins 17 ans signifie : avoir tous les âges possibles sauf 16 ans

$$\text{d'où : } p(A) = 1 - \frac{20}{100} = \frac{80}{100} = 0,8$$

. avoir strictement plus de 17 ans signifie : avoir 18 ans ou 19 ans :

$$\text{soit } p(B) = \frac{30}{100} + \frac{15}{100} = \frac{45}{100} = \mathbf{0,4}$$