

Devoir Surveillé n°1

Correction

Première ES/L
Pourcentages
Durée 2 heures - Coeff. 8
Noté sur 20 points

Exercice 1. QCM

5 points

Commun à tous les candidats

Question 1 (Réponse c)

Le prix d'un produit est passé de 200 € à 100 €. Cette évolution correspond à deux baisses successives et identiques d'environ :

- a. 50 % b. 25 % c. 29 % d. 71 %

Preuve

Le prix a baissé de 50% donc le coefficient multiplicateur associé est $k = 0,5$. On cherche alors le coefficient k' qui correspond à deux baisses successives et identiques, soit :

$$k'^2 = k = 0,5 \implies k' = \sqrt{0,5} \implies t\% = k - 1 \approx -29\%$$

La réponse correcte à la question 1 est donc la réponse c.

Question 2 (Réponse c)

Pour une puissance électrique donnée, le tarif réglementé du kilowattheure est passé de 0,1140 € au 01/07/2007 à 0,1372 € au 01/07/2014.

Cette augmentation correspond à un taux d'évolution arrondi au centième, chaque année, de :

- a. 1,72 % b. 1,67 % c. 2,68 % d. 1,33 %

Preuve

Le coefficient multiplicateur du tarif sur 7 années est :

$$k = \frac{0,1372}{0,1140} \approx 1,2035 \implies t\% \approx 20,35\%$$

Cette augmentation correspond à un taux d'évolution, chaque année, de $t_1\%$. On cherche alors $k_1 = 1 + t_1\%$ tel que :

$$k_1^7 = k = \frac{0,1372}{0,1140} \approx 1,2035 \iff (1 + t_1\%)^7 \approx 1,2035$$

On peut alors tester les solutions proposées, la seule qui convient est 2,68% car :

$$(1 + 2,68\%)^7 \approx 1,203$$

La réponse correcte à la question 2 est donc la réponse c.

Question 3 (Réponse a)

Le prix d'une action a augmenté chaque mois de 5 % et cela pendant 3 mois consécutifs. Globalement, le prix de l'action a été multiplié par :

- a. 1,05³ b. 1,15 c. 3 × 1,05 d. 1,45

Preuve

Le coefficient multiplicateur relatif à ces trois augmentations est :

$$k = (1 + 5\%)^3 = 1,05^3$$

La réponse correcte à la question 3 est donc la réponse a.

Question 4 (réponse d)

Si le prix du baril de pétrole augmente une première fois de 50% puis une seconde fois à nouveau de 50%, alors le prix du baril :

- a. a doublé b. a augmenté de 100% c. a augmenté de 225% d. a augmenté de 125%

Preuve

Si le prix du baril de pétrole augmente une première fois de 50% puis une seconde fois à nouveau de 50%, alors le coefficient multiplicateur associé est :

$$k = 1,5 \times 1,5 = 2,25 = 1 + 1,25 = 1 + 125\%$$

Le prix a donc augmenté de 125%, la réponse correcte à la question 4 est donc la réponse d.

Question 5 (réponse d)

Après deux augmentations successives de 12% puis de 8%, le prix d'un article ménager est de 665,28€. Le prix initial de l'article :

- a. moins de 540 euros b. moins de 545 euros c. plus de 560 euros d. moins de 555 euros

Preuve

Le coefficient multiplicateur associé à ces deux augmentations est :

$$k = 1,12 \times 1,08$$

Le prix initial était donc de :

$$P = \frac{665,28\text{€}}{1,12 \times 1,08} = 550\text{€} < 555\text{€}$$

La réponse correcte à la question 5 est donc la réponse d.

Exercice 2. Appliquer directement les "Savoir Faire"**5.5 points**

1. [SF_1] [1.5 point] Dans un lycée, il y a 900 élèves et 30% de ces élèves sont inscrits en classe de 1^{re} ES.

1. a. Combien d'élèves sont inscrits en classe de 1^{re} ES ?

On a : $900 \times 0,3 = 270$ élèves en classe de 1^{re} ES.

1. b. Il y a 162 filles inscrites en classe de 1^{re} ES. Elle représente 25% du nombre total de filles du lycée. Combien de filles sont inscrites au lycée ?

Soit N le nombre de filles du lycée, on a alors :

$$N \times 0,25 = 162 \iff N = \frac{162}{0,25} = 648$$

2. [SF_2] [0.5 point] Un objet coûte 50 euros ; il diminue de 15%. Quel est son nouveau prix ?

$$P = 50 \times 0,85 = 42,5\text{€}$$

3. [SF_3] [0.5 point] Un objet coûte 60 euros en janvier 2015 et 135 euros en décembre 2015. Calculer le pourcentage d'évolution du prix de cet article de janvier à décembre..

$$t\% = \frac{135 - 60}{60} = 125\%$$

4. [SF_4] [1 point] Un article augmente de 30% puis baisse de 10%. Quel est le pourcentage d'évolution global correspondant ?

Le coefficient associé à ces deux évolutions est :

$$k = 1,3 \times 0,9 = 1,17 = 1 + 17\%$$

Ce qui correspond à une hausse de 17%.

5. [SF_5] [1 point] Le prix de vente d'un objet a augmenté de 25% le 1^{er} juillet. Après le 1^{er} juillet, quelle réduction sur le prix de vente le vendeur doit accorder au client pour que le prix à payer redevienne le prix initial ?

Le taux d'évolution réciproque a une augmentation de 25% est :

$$t\% = \frac{1}{1 + 25\%} - 1 = -20\%$$

6. [1 point] Un prix augmente de 10%, puis baisse de 20% et est enfin multiplié par 1,3. Calculer le taux d'évolution réciproque permettant de revenir au prix initial après ces trois évolutions.

Le coefficient associé à ces trois évolutions est :

$$k = 1,1 \times 0,8 \times 1,3 = 1,144 = 1 + 14,4\%$$

Le taux d'évolution réciproque est alors :

$$t\% = \frac{1}{1 + 14,4\%} - 1 \approx \underline{\underline{-12,6\%}}$$

Exercice 3. Indices : Évolution du cours du pétrole en 2008

4 points

	Avril	mai	juin	juillet	août	septembre
Taux		12,5%	7,6%	6,0%	-15,1%	8,81%
CM		1,125	1,076	1,006	0,849	1,08813
Indice		100	107,6	108,2456	91,9005	100
Cours	109,50\$	123,19\$	132,55\$	133,35\$	113,21\$	123,19\$

1. [0.5 point] Compléter la ligne des coefficients dans le tableau.

2. [0.5 point] Fin avril, le cours du brut était de 109,5 dollars le baril. Quel était, au dixième, le cours du brut fin mai ?

Le cours du pétrole a subi une augmentation de 12,5% sur cette période donc il passe en mai à $109,5 \times 1,125 = 123,19\$$.

3. [1 points] Calculer sur la base 100 en mai l'indice du cours du pétrole fin juin, juillet puis fin août.

Il suffit de multiplier l'indice du mois précédent par le coefficient multiplicateur.

4. [1 point] Quel est le taux d'évolution du cours du pétrole de Mai à Août 2008 ? Quel est le cours du pétrole fin août ?

- Le taux d'évolution du cours du pétrole de Mai à Août 2008 est de

$$\frac{91,9005 - 100}{100} \approx -8,0995\%$$

- Le cours du pétrole fin août est donc de $123,19 \times (1 - 8,0995\%) \approx 113,21\$$.

5. [1 point] Quel devrait être le pourcentage d'évolution du cours du pétrole en septembre 2008 pour que l'indice à la fin du mois reprenne la valeur 100 ? Donner alors le cours du pétrole en septembre 2008.

- On peut calculer le coefficient multiplicateur permettant de passer de l'indice 91,9005 à l'indice 100 et en déduire le taux associé :

$$k = \frac{100}{91,9005} \approx 1,08813 \implies t\% \approx 8,81\%$$

- Plus simplement on peut remarquer que si l'on revient en septembre à l'indice 100 de mai, le cours du pétrole revient donc à celui de mai soit 123,19\$ et donc le taux d'évolution est donné par :

$$t\% = \frac{123,19 - 113,21}{113,21} \approx 8,81\%$$

Exercice 4. TVA ... et fourberies !

5.5 points

Avec un taux de T.V.A. de 20 %, le prix T.T.C. d'un téléviseur LCD est de 630 euros en septembre 2016.

1. [0,5 point] Calculer le prix hors taxes (H.T.).

Augmenter de 20% c'est multiplier par 1,2 donc pour obtenir le prix HT on divise par ce coefficient multiplicateur soit :

$$P_{HT} = \frac{630}{1,2} = \underline{\underline{525\text{€}}}$$

2. [1 point] Le prix de vente TTC affiché correspond en fait au prix d'achat augmenté de 40%. Calculer le prix d'achat et la marge réalisée (écart entre prix achat et prix de vente TTC).

Le prix de vente TTC affiché (noté P_v) correspond en fait au prix d'achat augmenté (noté P_a) de 40% donc multiplié par 1,4 donc :

$$P_a \times 1,4 = P_v \iff P_a = \frac{P_v}{1,4} = \underline{\underline{450\text{€}}}$$

La marge réalisée (écart entre prix achat et prix de vente TTC) est donc de : $630 - 450 = \underline{\underline{180\text{€}}}$.

3. [0,5 point] Que pensez-vous de l'affirmation suivante :

Affirmation 1 (Fausse)

La marge réalisée représente 40% du prix de vente TTC.

L'affirmation est fausse. En effet, la marge réalisée est de 180 euros, ce qui correspond par rapport au prix de vente TTC à :

$$\frac{180}{630} \approx \underline{28,6\%}$$

4. [1,5 point] Pour les fêtes de Noël en décembre 2016, le magasin de monsieur Fourbos souhaite afficher fièrement une baisse de 15% sur ce produit mais sans perdre d'argent sur les ventes unitaires (et donc afficher un prix de vente TTC de 630 euros). Il décide donc d'effectuer une hausse du prix du téléviseur de $t\%$ en octobre qui compensera la baisse à venir.

Calculer cette hausse de $t\%$ arrondi au centième ainsi que le prix du téléviseur en octobre 2016.

Augmenter de $t\%$ puis baisser de 15% c'est multiplier par :

$$k = (1 + t\%) \times 0,85$$

Pour revenir au prix initial, il faut que $k = 1$ et donc :

$$(1 + t\%) \times 0,85 = 1 \iff t\% = \frac{1}{0,85} - 1 \iff \boxed{t\% \approx 17,65\%}$$

Le prix du téléviseur en octobre 2016 est alors :

$$P = 630\text{€} \times (1 + 17,65\%) \approx \underline{741,20\text{€}}$$

5. [1 point] Monsieur X, un candidat à l'élection présidentielle de mai 2017, propose dans son programme une augmentation de la TVA de 2 points (qui passerait donc à 22%). Calculer le prix TTC du téléviseur en septembre 2017 si le candidat X est élu.

Attention, il faut repasser au prix hors taxes pour répondre à cette question.

La TVA étant passée à 22%, effectuer une hausse de 22% c'est multiplier le prix HT par :

$$k' = (1 + 22\%)$$

Le prix TTC du téléviseur en septembre 2017 si le candidat X est élu est donc de :

$$P' = 525\text{€} \times (1 + 22\%) = \underline{640,50\text{€}}$$

6.

Affirmation 2 (Fausse (1 point))

Augmenter la TVA de 2 points, pas besoin d'avoir fait polytechnique pour comprendre que cela revient à augmenter les prix de 2%.

L'affirmation est évidemment fausse comme le prouve l'exemple précédent. Le prix du téléviseur est passé de 630€ à 640,50€ ce qui correspond à une évolution de :

$$t'\% = \frac{640,50\text{€} - 630\text{€}}{630\text{€}} \approx \underline{1,67\%}$$

- Fin du devoir -

Bonus

Le cours d'une action augmente régulièrement de $t\%$ tous les mois. Sachant que sur l'année, l'action a augmenté d'environ 26,82%, calculer le taux moyen d'augmentation mensuelle $t\%$.

Le coefficient multiplicateur associé à ces 12 augmentations de $t\%$ est :

$$k = (1 + t\%)^{12}$$

On sait que sur l'année, l'action a augmenté d'environ 26,82% donc :

$$k = (1 + t\%)^{12} = 1,2682$$

La résolution est possible en utilisant la fonction table de la calculatrice, sinon on obtient :

$$(1 + t\%) = 1,2682^{\frac{1}{12}} \implies t\% = 1,2682^{\frac{1}{12}} - 1 \approx \underline{2\%}$$