Devoir Surveillé n°4 Bis

Terminale ES/L

Premier Bilan

Durée 1 heure - Coeff. 5

Noté sur 20 points

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1. Les Suites — 6 points

Les suites (a_n) et (b_n) sont définies pour tout entier n par :

$$(a_n) : \begin{cases} a_0 & = 50 \\ a_{n+1} & = 0{,}4 \times a_n + 15 \end{cases} \quad \Bigg| \quad (b_n) : \begin{cases} b_0 & \\ b_n & = -a_n + 25 \end{cases}$$

A compléter sur cette feuille

Pseudo Code

```
Fonction seuil()
    a ← 50
    n ← 0
    Tant que ······
        n ← n+1
        a ← ······
    Fin Tant que
    Renvoyer n
```

1. Montrer que la suite (b_n) est géométrique. En déduire son terme général.
2. Démontrer que :
$$\forall n \in \mathbb{N} ; \ a_n = 25 \times (0{,}4)^n + 25$$
3. Déterminer la limite de la suite (a_n).
4. Déterminer avec la calculatrice le plus petit entier n tel que : $a_n < 25{,}004$.
5. Compléter sur cette feuille les lignes incomplètes de cet algorithme afin réponde à la question précédente **(4.)**.

Exercice 2. Probabilités — 5 points

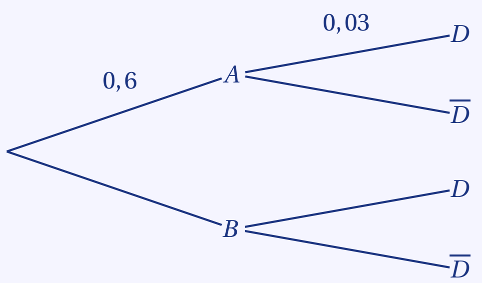
Une entreprise fabrique un article dans deux unités de production notées A et B. L'unité A, assure 60% de la production. On a constaté que :

- 3% des pièces provenant de l'unité A présentent un défaut de fabrication ;
- 8% des pièces provenant de l'unité B présentent un défaut de fabrication.

On prélève un article au hasard, et on note :

- A l'évènement « la pièce provient de l'unité A » ;
- B l'évènement « la pièce provient de l'unité B » ;
- D l'évènement « la pièce présente un défaut », $\overline{D}$ l'évènement contraire.

A compléter sur cette feuille



1.

1. a. Compléter l'arbre suivant sur cette feuille.

1. b. Calculer la probabilité qu'un article présente un défaut et provienne de l'unité A.

1. c. Montrer que la probabilité qu'un article présente un défaut est égale à 0 ,05.

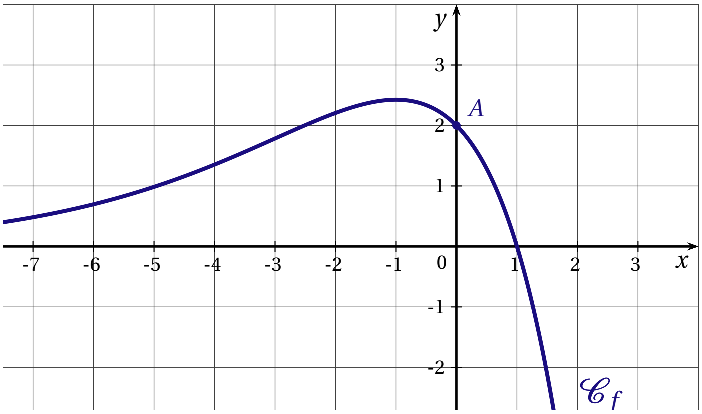
2. On prélève au hasard 50 articles parmi tous ceux produits. Le nombre d'articles est suffisamment grand pour que les choix soient considérés réalisés de façon indépendante et dans des conditions identiques.
On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre d'articles présentant un défaut.

2. a. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

2. b. Déterminer la probabilité d'obtenir au moins 4 articles présentant un défaut.
On donnera une valeur arrondie au dix millième.

Exercice 3. Fonctions — 9 points

Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = 2(1-x)\,\mathrm{e}^{0.5\,x}$.
Sa courbe représentative notée $\mathscr{C}_f$ est tracée ci-dessous dans le plan muni d'un repère orthonormé.



1.

1. a. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
Montrer que pour tout nombre réel x, on a : $f'(x) = (-1-x)\,\mathrm{e}^{0.5\,x}$.

1. b. Étudier les variations de la fonction f.

2. Montrer que dans l'intervalle $[0\,;\,1]$, l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α.
Donner la valeur arrondie à 10^{-2} près de α.

3. Déterminer une équation de la tangente $\mathscr{D}$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 0.
Tracer la droite $\mathscr{D}$ dans le repère précédent.

4. Un logiciel de calcul formel nous donne :

1	$(-1-x)\cdot\exp(0.5\cdot x)$ $\rightarrow\ (-x-1)\ \mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$
2	\$1 Dérivée: $\frac{1}{2}(-x-1)\ \mathrm{e}^{\frac{1}{2}x} - \mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$
3	\$2 Factoriser: $-\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}\cdot\frac{x+3}{2}$

4. a. Étudier la convexité de la fonction f.

4. b. La courbe représentative de la fonction f a-t-elle un point d'inflexion ? Si oui, donner ses coordonnées.

Fin du devoir

Bonus
Déterminer une fonction f dont la dérivée est définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x) = x\,\mathrm{e}^{x^2-2} + 2x$