Devoir Surveillé n°2A

Terminale ES

Continuité et Convexité

Durée 1 heure - Coeff. 5

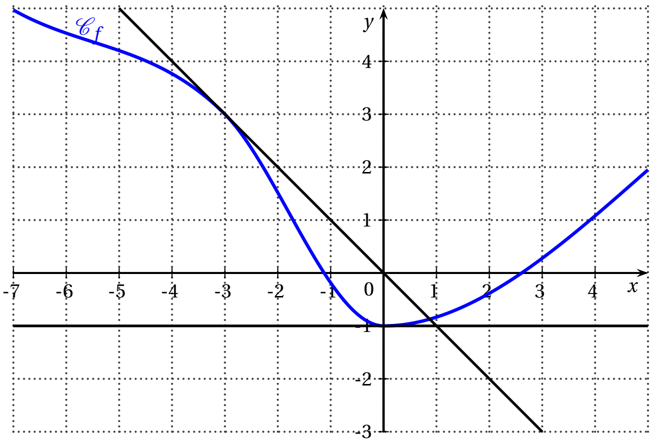
Noté sur 20 points

Exercice 1. QCM — 3 points

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Question 1

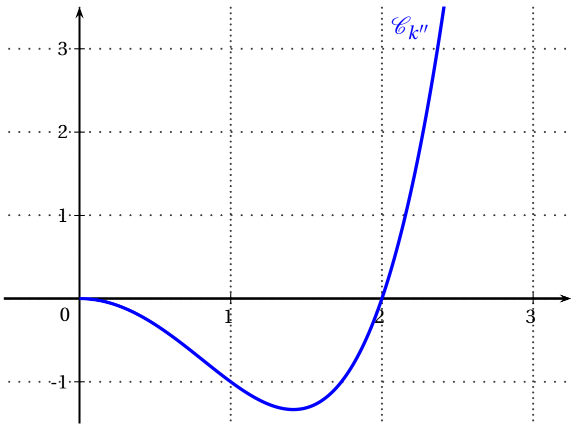
La représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est tracée ci-dessous ainsi que les tangentes respectives aux points d'abscisses -3 et 0.



a. $f'(0) = -1$ **b.** $f'(-1) = 0$ **c.** $f'(-3) = -1$ **d.** $f'(-3) = 3$

Question 2

On a tracé ci-dessous la représentation graphique de la dérivée seconde k'' d'une fonction k définie sur $[0\,;\,+\infty[$.



a. k est concave sur l'intervalle $[1\,;2]$. **b.** k est convexe sur l'intervalle $[0;2]$.

c. k est convexe sur $[0\,;\,+\infty[$. **d.** k est concave sur $[0\,;\,+\infty[$.

Question 3

Pseudo Code

$V \leftarrow 10$
$S \leftarrow 10$
$N \leftarrow 0$
Tant que $S \leqslant 50$
    $V \leftarrow 1,05 \times V$
    $S \leftarrow S + V$
    $N \leftarrow N + 1$
Fin Tant que

On considère l'algorithme suivant :

- **Affirmation a :** Après exécution de l'algorithme, N est égale à 2.
- **Affirmation b :** Après exécution de l'algorithme, N est égale à 3.
- **Affirmation c :** Après exécution de l'algorithme, N est égale à 4.
- **Affirmation d :** Après exécution de l'algorithme, N est égale à 5.

Exercice 2. Convexité — 4 points

On considère la fonction h définie sur $[-10\,;\,10]$ par :

$$h(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 4$$

Que pensez-vous de l'affirmation suivante :

Affirmation 1

$\mathscr{C}_h$, la courbe représentative de h, présente un point d'inflexion sur $[-10\,;\,10]$.

Exercice 3. Avec une fonction auxiliaire — 13 points

On considère la fonction f définie sur $[1\,;\,10]$ par :

$$f(x) = 2x^2 - 30x + 200 + \frac{50}{x}$$

1. Calculer f' la dérivée de f sur $[1\,;\,10]$ et montrer que pour tout réel x de cet intervalle :

$$f'(x) = \frac{4x^3 - 30x^2 - 50}{x^2}$$

2. Étude d'une fonction auxiliaire.

2. a. Étudier le sens de variation de la fonction g définie sur $[1\,;\,10]$ par :

$$g(x) = 4x^3 - 30x^2 - 50$$

2. b. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution sur $[1\,;\,10]$. Donner un encadrement de cette solution au centième.

2. c. Étudier le signe de g sur $[1\,;\,10]$.

3. Á l'aide de l'étude menée lors de la question (3.), étudier les variation de la fonction f sur $[1\,;\,10]$.

4. Application.

Le coût moyen de production d'une entreprise est donné par $C(x) = 2x^2 - 30x + 200 + \dfrac{50}{x}$, où x est la quantité produite en tonnes, variant de 1 à 10 tonnes de productions, et $C(x)$ est exprimé en milliers d'euros.
Le patron de l'entreprise affirme que le cout moyen minimum de production est inférieur à 95 000 euros. Qu'en pensez-vous ?

Fin du devoir

Bonus
Déterminer le nombre de solutions de l'équation $x^3 - 3x^2 = -2$ sur $\mathbb{R}$ et une approximation au centième.