

## Exercice 01

1°)  $u_1$  est le nombre d'abonnés à la date du 01/01/2014, on a donc  $u_1 = 10\,000$ .

$u_2$  est le nombre d'abonnés à la date du 01/02/2014.

Chaque mois, 1 000 abonnements arrivent à échéance dont 750 sont renouvelés, il y a donc une perte de 250 abonnements. Mais chaque mois 320 nouveaux abonnements sont souscrits.

On a donc  $u_2 = u_1 - 250 + 320$  donc  $u_2 = u_1 + 70 = 10\,000 + 70$  donc  $u_2 = 10\,070$ .

De la même façon  $u_3 = u_2 - 250 + 320$  donc  $u_3 = u_2 + 70 = 10\,070 + 70$  donc  $u_3 = 10\,140$ .

et  $u_4 = u_3 - 250 + 320$  donc  $u_4 = u_3 + 70 = 10\,140 + 70$  donc  $u_4 = 10\,210$ .

2°) Lorsqu'on passe d'un mois au suivant, le nombre d'abonnements est diminué de 250 et augmenté de 320. La variation absolue lorsqu'on passe d'un terme au terme suivant est une augmentation de 70.

On peut en déduire que la suite  $(u_n)$  est une suite arithmétique de raison 70.

3°) On peut utiliser le fichier de tableur ci-dessous :

(Les valeurs figurant dans la colonne A représentent les valeurs de l'entier  $n$ )

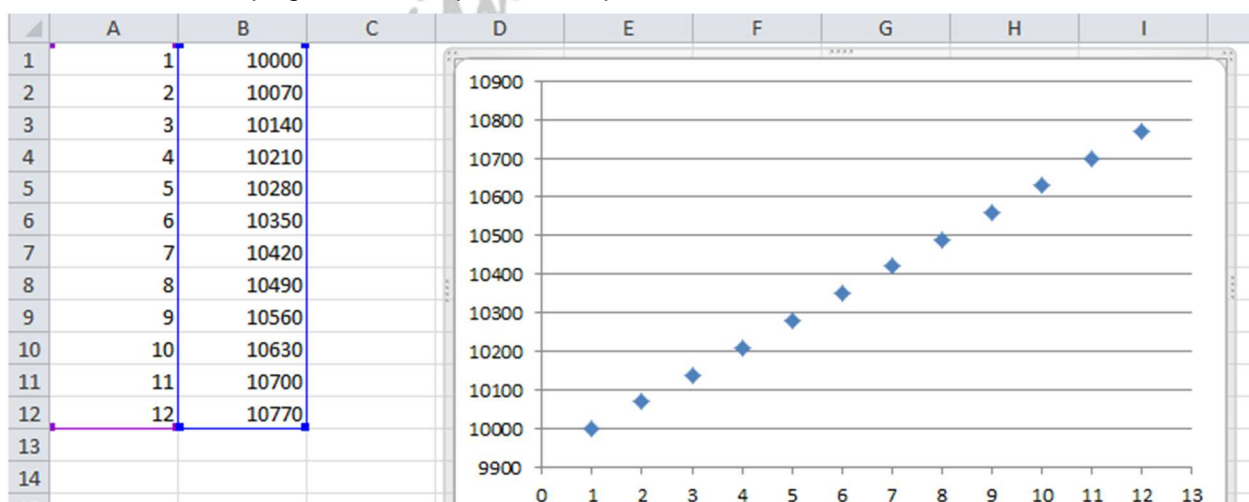
Dans la cellule B1, on entre la valeur 10 000 correspondant à la valeur de  $u_1$

Dans la cellule B2, on écrit la formule =B1+70 qui correspond à la valeur de  $u_2$

On recopie la cellule B2 sur la plage B3:B12

(Les valeurs figurant dans la colonne B représentent alors les valeurs de  $u_n$ )

En sélectionnant la plage A1:B12 on peut alors représenter la suite :



On peut remarquer que la représentation graphique de la suite est constituée de points alignés.

4°) Sachant que la variation absolue lorsqu'on passe d'un terme au terme suivant est une augmentation de 70, en passant de  $u_1$  à  $u_{13}$  on a augmenté 12 fois de 70.

On a donc  $u_{13} = u_1 + 12 \times 70 = 10\,000 + 12 \times 70$  donc  $u_{13} = 10\,840$ .

$u_{13}$  correspond au nombre d'abonnés 12 mois après le 01/01/2014, c'est-à-dire le 01/01/2015.

**Au 01/01/2015 le journal a 10 840 abonnés.**

En passant de  $u_1$  à  $u_{25}$  on a augmenté 24 fois de 70.

On a donc  $u_{25} = u_1 + 24 \times 70 = 10\,000 + 24 \times 70$  donc  $u_{25} = 11\,680$ .

$u_{25}$  correspond au nombre d'abonnés 24 mois après le 01/01/2014, c'est-à-dire le 01/01/2016.

**Au 01/01/2016 le journal a 11 680 abonnés.**

## Exercice 02

1°) Le pin a une croissance régulière annuelle de 40cm, c'est-à-dire que sa hauteur augmente de 0,4 mètre par an.

Si sa hauteur à 10 ans est de 22 mètres, elle sera de 22,4 mètres à 11 ans et de 22,8 mètres à 12 ans.

En supposant que  $h_{10} = 22$ , on a  $h_{11} = 22,4$  et  $h_{12} = 22,8$ .

2°) Comme la croissance est de 0,4 mètre par an, on a :  $h_{n+1} = h_n + 0,4$  pour tout  $n \geq 10$

Donc la suite  $(h_n)$  est une suite arithmétique de raison 0,4.

3°) On suppose qu'un pin de 10 ans a une hauteur de 17m, on a donc  $h_{10} = 17$ .

Lorsqu'il aura 22 ans, sa hauteur aura augmenté 12 fois de 0,4 mètre.

$h_{22}$  peut s'obtenir en écrivant :

$$h_{22} = h_{10} + 12 \times 0,4 = 17 + 4,8 \quad \text{donc} \quad h_{22} = 21,8.$$

À 22 ans ce pin aura une hauteur de 21,8 mètres.

4°) On suppose qu'un pin de 28 ans a une hauteur de 25m, on a donc  $h_{28} = 25$ .

De 18 à 28 ans, sa hauteur a augmenté 10 fois de 0,4 mètre.

$h_{28}$  peut s'obtenir en écrivant :

$$h_{28} = h_{18} + 10 \times 0,4$$

$$\text{Donc } h_{18} = h_{28} - 10 \times 0,4 = 25 - 4 \quad \text{donc} \quad h_{18} = 21.$$

À 18 ans ce pin avait une hauteur de 21 mètres.

5°) Si un pin mesure 15m à 10 ans, sa haute à 30 ans est donnée par :

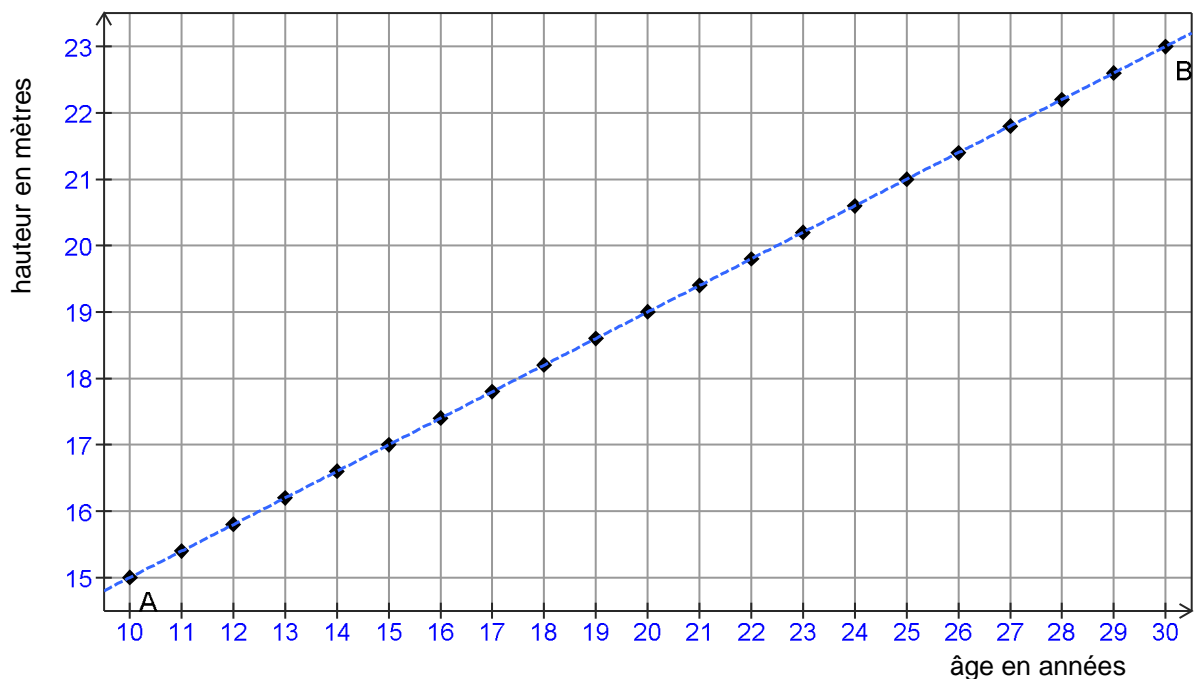
$$h_{30} = h_{10} + 20 \times 0,4 = 15 + 8 = 23$$

À 30 ans le pin mesure donc 23 mètres.

Les points A(10 ; 15) et B(30 ; 23) sont donc des points de la représentation graphique de la suite  $(h_n)$ .

Sachant que la suite  $(h_n)$  est une suite arithmétique, c'est-à-dire une suite à évolution linéaire, sa représentation graphique est constituée de points alignés.

La représentation graphique de la hauteur du pin est donc constituée des points d'abscisse entière se trouvant sur la droite (AB).



### Exercice 03

1°) Les nombres 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 sont tels que :

$$3 - 1 = 2$$

$$5 - 3 = 2$$

$$7 - 5 = 2$$

$$9 - 7 = 2$$

La variation absolue est constante.

On a :  $1 + 2 = 3$  ;  $3 + 2 = 5$  ;  $5 + 2 = 7$  ;  $7 + 2 = 9$

Les nombres sont les premiers termes d'une suite arithmétique de raison 2.

2°) Les nombres 2 ; 6 ; 18 ; 54 ; 162 sont tels que :

$$\frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{18}{6} = 3$$

$$\frac{54}{18} = 3$$

$$\frac{162}{54} = 3$$

La variation relative est constante.

On a :  $2 \times 3 = 6$  ;  $6 \times 3 = 18$  ;  $18 \times 3 = 54$  ;  $54 \times 3 = 162$

Les nombres sont les premiers termes d'une suite géométrique de raison 3.

3°) Les nombres 45 ; 40 ; 35 ; 30 ; 25 sont tels que :

$$40 - 45 = -5$$

$$35 - 40 = -5$$

$$30 - 35 = -5$$

$$25 - 30 = -5$$

La variation absolue est constante.

On a :  $45 - 5 = 40$  ;  $40 - 5 = 35$  ;  $35 - 5 = 30$  ;  $30 - 5 = 25$

Les nombres sont les premiers termes d'une suite arithmétique de raison  $-5$ .

4°) Les nombres 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 11 sont tels que :

$$2 - 1 = 1$$

$$4 - 2 = 2$$

La variation absolue n'est pas constante, la suite n'est pas arithmétique.

$$\frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{7}{4} = 1,75$$

La variation relative n'est pas constante, la suite n'est pas géométrique.

Les nombres ne sont pas les premiers termes d'une suite arithmétique ni d'une suite géométrique.

5°) Les nombres  $1 ; \frac{1}{2} ; \frac{1}{4} ; \frac{1}{8} ; \frac{1}{16}$  sont tels que :

$$1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} ; \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} ; \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

Les nombres sont les premiers termes d'une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ .

### Exercice 04

La suite  $(u_n)$  est définie par  $u_0 = 1$  et  $u_{n+1} = 1 + 2u_n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

$$\begin{aligned} 1^\circ) u_{0+1} &= 1 + 2u_0 = 1 + 2 \times 1 & \text{donc } u_1 &= 3 \\ u_{1+1} &= 1 + 2u_1 = 1 + 2 \times 3 & \text{donc } u_2 &= 7 \\ u_{2+1} &= 1 + 2u_2 = 1 + 2 \times 7 & \text{donc } u_3 &= 15 \\ u_{3+1} &= 1 + 2u_3 = 1 + 2 \times 15 & \text{donc } u_4 &= 31 \end{aligned}$$

$$2^\circ) u_1 - u_0 = 3 - 1 = 2 \quad \text{et} \quad u_2 - u_1 = 7 - 3 = 4$$

La différence  $u_{n+1} - u_n$  n'est pas constante, donc la variation absolue n'est pas constante.

La suite  $(u_n)$  n'est pas arithmétique.

$$\frac{u_1}{u_0} = \frac{3}{1} = 3 \quad \text{et} \quad \frac{u_2}{u_1} = \frac{7}{3}$$

Le quotient  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  n'est pas constant, donc la variation relative n'est pas constante.

La suite  $(u_n)$  n'est pas géométrique.

3°) La suite  $(v_n)$  est définie par  $v_n = u_n + 1$

$$\begin{aligned} \text{a) } v_0 &= u_0 + 1 = 1 + 1 & \text{donc } v_0 &= 2 \\ v_1 &= u_1 + 1 = 3 + 1 & \text{donc } v_1 &= 4 \\ v_2 &= u_2 + 1 = 7 + 1 & \text{donc } v_2 &= 8 \\ v_3 &= u_3 + 1 = 15 + 1 & \text{donc } v_3 &= 16 \\ v_4 &= u_4 + 1 = 31 + 1 & \text{donc } v_4 &= 32 \end{aligned}$$

b) On peut remarquer que :  $2 \times 2 = 4$  ;  $4 \times 2 = 8$  ;  $8 \times 2 = 16$  ;  $16 \times 2 = 32$   
Il semble que la suite  $(v_n)$  soit géométrique de raison 2.

Pour le démontrer, on peut vérifier que pour tout entier  $n$  on a  $v_{n+1} = v_n \times 2$

En effet :

$$v_{n+1} = u_{n+1} + 1 = 1 + 2u_n + 1 = 2 + 2u_n = 2 \times (1 + u_n) = 2 \times v_n$$

La suite  $(v_n)$  est géométrique de raison 2.

### Exercice 05

$(u_n)$  désigne une suite arithmétique de raison  $r$ .

On connaît la relation  $u_n = u_p + (n - p)r$  vérifiée pour tout entier  $n$  et tout entier  $p$ .

- Sachant que  $r = 3$  et  $u_0 = -10$ , on peut écrire :

$$u_{12} = u_0 + (12 - 0) \times r \quad \text{donc} \quad u_{12} = -10 + 12 \times 3 = -10 + 36 \quad \text{donc} \quad u_{12} = 26 .$$

- Sachant que  $r = 2$  et  $u_4 = 10$ , on peut écrire :

$$u_0 = u_4 + (0 - 4) \times r \quad \text{donc} \quad u_0 = 10 - 4 \times 2 = 10 - 8 \quad \text{donc} \quad u_0 = 2 .$$

$$u_{22} = u_4 + (22 - 4) \times r \quad \text{donc} \quad u_{22} = 10 + 18 \times 2 = 10 + 36 \quad \text{donc} \quad u_{22} = 46 .$$

- Sachant que  $u_4 = 18$  et  $u_2 = -12$ , on peut écrire :

$$u_4 = u_2 + (4 - 2) \times r \quad \text{donc} \quad 18 = -12 + 2 \times r \quad \text{donc} \quad r = \frac{18 + 12}{2} = \frac{30}{2} \quad \text{donc} \quad r = 15 .$$

$$u_0 = u_4 + (0 - 4) \times r \quad \text{donc} \quad u_0 = 18 - 4 \times 15 = 18 - 60 \quad \text{donc} \quad u_0 = -42 .$$

$(v_n)$  désigne une suite géométrique de raison  $q$ .

On connaît la relation  $v_n = v_p \times q^{(n-p)}$  vérifiée pour tout entier  $n$  et tout entier  $p$ .

- Sachant que  $v_1 = 3$  et  $q = -2$ , on peut écrire

$$v_3 = v_1 \times q^{(3-1)} \quad \text{donc} \quad v_3 = 3 \times (-2)^2 = 3 \times 4 \quad \text{donc} \quad v_3 = 12 .$$

$$\text{et } v_6 = v_1 \times q^{(6-1)} \quad \text{donc} \quad v_6 = 3 \times (-2)^5 = 3 \times (-32) \quad \text{donc} \quad v_6 = -96 .$$

- Sachant que  $v_2 = 4$  et  $v_3 = 9$ , on peut écrire

$$v_3 = v_2 \times q \quad \text{donc} \quad q = \frac{v_3}{v_2} = \frac{9}{4}$$

On en déduit :

$$v_4 = v_3 \times q \quad \text{donc} \quad v_4 = 9 \times \frac{9}{4} \quad \text{donc} \quad v_4 = \frac{81}{4} .$$

$$v_0 = v_2 \times q^{(0-2)} \quad \text{donc} \quad v_0 = 4 \times \left(\frac{9}{4}\right)^{-2} = 4 \times \frac{1}{\left(\frac{9}{4}\right)^2} = 4 \times \left(\frac{4}{9}\right)^2 \quad \text{donc} \quad v_0 = \frac{64}{81} .$$

## Exercice 06

1°) Le nombre d'exploitations agricoles (en milliers) pour l'année de rang  $n$  est modélisé par la suite arithmétique  $(u_n)$  de premier terme  $u_0 = 2280$  et de raison  $-36$ .

a) La suite  $(u_n)$  étant arithmétique de raison  $-36$ , pour tout entier  $n$  on a  $u_{n+1} = u_n - 36$

Donc  $u_1 = u_0 - 36 = 2280 - 36$  donc  $u_1 = 2244$ .

$u_2 = u_1 - 36 = 2244 - 36$  donc  $u_2 = 2208$ .

$u_3 = u_2 - 36 = 2208 - 36$  donc  $u_3 = 2172$ .

b) La suite  $(u_n)$  étant arithmétique de raison de raison  $-36$ , pour tout entier  $n$  on a  $u_{n+1} = u_n - 36$

donc  $u_{n+1} < u_n$

On en déduit que la suite  $(u_n)$  est décroissante.

c) La suite  $(u_n)$  étant arithmétique de raison  $-36$ , pour tout entier  $n$  on a  $u_n = u_0 + n \times (-36)$

Donc  $u_n = 2280 - 36n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

On en déduit que  $u_{15} = 2280 - 36 \times 15$  donc  $u_{15} = 1740$ .

$u_{33} = 2280 - 36 \times 33$  donc  $u_{33} = 1092$ .

$u_{45} = 2280 - 36 \times 45$  donc  $u_{45} = 660$ .

d) 2015 est l'année de rang  $n = 60$  (car  $2015 - 1955 = 60$ )

on a  $u_{60} = 2280 - 36 \times 60$  donc  $u_{60} = 120$ .

Pour 2015, en utilisant ce modèle, on peut prévoir 120 000 exploitations agricoles en France.

2°) Dans cette question le nombre d'exploitations agricoles (en milliers) pour l'année de rang  $n$  est modélisé par la suite géométrique  $(v_n)$  de premier terme  $v_0 = 2280$  et de raison  $0,973$ .

a) La suite  $(v_n)$  étant géométrique de raison  $0,973$ , pour tout entier  $n$  on a  $v_{n+1} = v_n \times 0,973$

Donc  $v_1 = v_0 \times 0,973 = 2280 \times 0,973$  donc  $v_1 = 2218$ . (arrondi à l'entier le plus proche)

$v_2 = v_1 \times 0,973 = 2218 \times 0,973$  donc  $v_2 = 2158$ . (arrondi à l'entier le plus proche)

$v_3 = v_2 \times 0,973 = 2158 \times 0,973$  donc  $v_3 = 2100$ . (arrondi à l'entier le plus proche)

b) La variation relative d'une année sur l'autre est donnée par :  $\frac{v_{n+1} - v_n}{v_n} = \frac{v_{n+1}}{v_n} - \frac{v_n}{v_n} = \frac{v_{n+1}}{v_n} - 1$

La suite  $(v_n)$  étant géométrique de raison  $0,973$  on a  $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 0,973$

Donc  $\frac{v_{n+1}}{v_n} - 1 = 0,973 - 1 = -0,027 = -\frac{2,7}{100}$

Donc la variation relative d'une année sur l'autre est constante. C'est une diminution de 2,7%.

c) La suite  $(v_n)$  étant géométrique de raison  $0,973$ , pour tout entier  $n$  on a  $v_n = v_0 \times 0,973^n$

Donc  $v_n = 2280 \times 0,973^n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

On en déduit que  $v_{15} = 2280 \times 0,973^{15}$  donc  $v_{15} = 1512$ . (arrondi à l'entier le plus proche)

$v_{33} = 2280 \times 0,973^{33}$  donc  $v_{33} = 924$ . (arrondi à l'entier le plus proche)

$v_{45} = 2280 \times 0,973^{45}$  donc  $v_{45} = 665$ . (arrondi à l'entier le plus proche)

d) 2015 est l'année de rang  $n = 60$

$v_{60} = 2280 \times 0,973^{60}$  donc  $v_{60} = 441$ . (arrondi à l'entier le plus proche)

Pour 2015, en utilisant ce modèle, on peut prévoir 441 000 exploitations agricoles en France.

## Exercice 07

1°) a) La suite  $(u_n)$  est définie par  $u_n = 5 \times 1,05^n$

Pour tout entier  $n$ , on peut écrire  $u_{n+1} = 5 \times 1,05^{n+1} = 5 \times 1,05^n \times 1,05 = u_n \times 1,05$

Donc  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison 1,05 .

b) On a  $2000 = 1990 + 10$  donc la teneur en plomb dans la réserve R1 pour l'année 2000 est  $u_{10}$ .

On a  $u_{10} = 5 \times 1,05^{10}$  ; on obtient  $u_{10} \approx 8,14$

La teneur en plomb dans la réserve R1 pour l'année 2000 est de 8,14  $\mu\text{g/l}$ .

c) On a  $u_{n+1} - u_n = 5 \times 1,05^{n+1} - 5 \times 1,05^n = 5 \times 1,05^n (1,05 - 1) = 5 \times 1,05^n \times 0,05$

Donc pour tout entier  $n$ ,  $u_{n+1} - u_n > 0$

La suite  $(u_n)$  est une suite croissante.

d) On peut obtenir, avec un tableur, les valeurs de  $u_0$  jusqu'à  $u_{200}$

en écrivant dans la colonne A les nombres entiers de 0 à 200 ;

en écrivant dans la cellule B1 la formule = 5 \* 1,05^A1

et en recopiant cette formule vers le bas sur la plage B2:B201

On vérifie que  $u_{10} \approx 8,14$

e) On peut penser que, lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$ , la limite de la suite  $(u_n)$  est  $+\infty$  .

	A	B
1	0	5
2	1	5,25
3	2	5,5125
4	3	5,788125
5	4	6,07753125
6	5	6,38140781
7	6	6,7004782
8	7	7,03550211
9	8	7,38727722
10	9	7,75664108
11	10	8,14447313
12	11	8,55169679
...	...	...
199	198	78424,4028
200	199	82345,6229
201	200	86462,9041

2°) a) La suite  $(v_n)$  est définie par  $v_n = 29 \times 0,97^n$

Pour tout entier  $n$ , on peut écrire

$$v_{n+1} = 29 \times 0,97^{n+1} = 29 \times 0,97^n \times 0,97 = v_n \times 0,97$$

Donc  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,97 .

b) La teneur en plomb dans R2 pour l'année 2000 est  $v_{10}$ .

On a  $v_{10} = 29 \times 0,97^{10}$  ; on obtient  $v_{10} \approx 21,39$

La teneur en plomb dans la réserve R2 pour l'année 2000 est de 21,39  $\mu\text{g/l}$ .

c) On a  $v_{n+1} - v_n = 29 \times 0,97^{n+1} - 29 \times 0,97^n$

$$\text{soit } v_{n+1} - v_n = 29 \times 0,97^n (0,97 - 1) = 29 \times 0,97^n \times (-0,03)$$

Donc pour tout entier  $n$ ,  $v_{n+1} - v_n < 0$

La suite  $(v_n)$  est une suite décroissante.

d) Les valeurs obtenues, avec un tableur, permettent de vérifier que  $v_{10} \approx 21,39$

e) On peut penser que, lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$ , la limite de la suite  $(v_n)$  est 0 .

	A	B
1	0	29
2	1	28,13
3	2	27,2861
4	3	26,467517
5	4	25,6734915
6	5	24,9032867
7	6	24,1561881
8	7	23,4315025
9	8	22,7285574
10	9	22,0467007
11	10	21,3852997
...	...	...
199	198	0,06969496
200	199	0,06760411
201	200	0,06557599

3°) D'après les tableaux obtenus et en tenant compte du changement de législation, on peut dire que :

L'eau de la réserve R1 est conforme à la législation pour les années 1990 à 2013 inclus.

L'eau de la réserve R2 est conforme à la législation pour les années 1995 à 2013 inclus et à partir de l'année 2025.

### Exercice 08

- On a  $2 > 1$ , donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n = +\infty$
- On a  $0 < \frac{3}{5} < 1$ , donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^n = 0$
- On a  $1,01 > 1$ , donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1,01^n = +\infty$
- On a  $\frac{47}{43} > 1$ , donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{47}{43}\right)^n = +\infty$
- On a  $0 < 0,89 < 1$ , donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,89^n = 0$



### Exercice 09

1°) La suite  $(u_n)$  est la suite géométrique de premier terme  $u_0 = -3$  et de raison  $q = 2$ .

On a donc  $u_1 = u_0 \times q = -3 \times 2$       donc  $u_1 = -6$

$u_2 = u_1 \times q = -6 \times 2$       donc  $u_2 = -12$

$u_3 = u_2 \times q = -12 \times 2$       donc  $u_3 = -24$

2°) On peut obtenir, avec un tableur, les valeurs de  $u_0$  jusqu'à  $u_{100}$  en

écrivant dans la colonne A les nombres entiers de 0 à 100 ;

en écrivant dans la cellule B1 la valeur  $-3$  ;

en écrivant dans la cellule B2 la formule  $=B1*2$

et en recopiant cette formule vers le bas sur la plage B3:B101

3°)  $(u_n)$  étant la suite géométrique de premier terme  $u_0 = -3$

et de raison 2, pour tout entier naturel  $n$ , on a  $u_n = -3 \times 2^n$

On sait que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n = +\infty$  car  $2 > 1$

Donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} -3 \times 2^n = -\infty$  c'est-à-dire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$

	A	B
1	0	-3
2	1	-6
3	2	-12
4	3	-24
5	4	-48
6	5	-96
7	6	-192
8	7	-384
9	8	-768
10	9	-1536
11	10	-3072
12	11	-6144
13	12	-12288
14	13	-24576
15	14	-49152
16	15	-98304
17	16	-196608
		.....
98	97	-4,7537E+29
99	98	-9,5074E+29
100	99	-1,9015E+30
101	100	-3,803E+30
102		

## Exercice 10

1°) La campagne de prophylaxie permettant de faire baisser chaque année de 8% le nombre de porteurs du virus, on peut écrire :  $u_1 = u_0 - \frac{8}{100} \times u_0 = 500\,000 - \frac{8}{100} \times 500\,000 = 500\,000 - 40\,000$

Donc  $u_1 = 460\,000$

De même  $u_2 = u_1 - \frac{8}{100} \times u_1 = 460\,000 - \frac{8}{100} \times 460\,000 = 460\,000 - 36\,800$

Donc  $u_2 = 423\,200$

et  $u_3 = u_2 - \frac{8}{100} \times u_2 = 423\,200 - \frac{8}{100} \times 423\,200 = 423\,200 - 33\,856$

Donc  $u_3 = 389\,344$

2°) Chaque année le nombre de porteurs du virus baisse de 8% , on a donc

$$u_{n+1} = u_n - u_n \times \frac{8}{100} = u_n - u_n \times 0,08 = u_n \times (1 - 0,08) . \text{ On a donc } u_{n+1} = 0,92 \times u_n$$

On peut en déduire que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison 0,92.

Par conséquent, pour tout entier  $n$ , on a  $u_n = u_0 \times 0,92^n$  donc  $u_n = 500\,000 \times 0,92^n$

3°) La suite  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison 0,92 et on a  $0 < 0,92 < 1$

Donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

4°) L'algorithme écrit dans Algobox, permet donne en sortie la valeur 20.

L'expression de  $u_n$  obtenue à la question 2°) permet d'obtenir

$$u_{19} = 500\,000 \times 0,92^{19}$$

$$\text{et } u_{20} = 500\,000 \times 0,92^{20}$$

donc

$$u_{19} \approx 102\,551 \text{ et } u_{20} \approx 94\,347$$

On vérifie ainsi que le nombre de porteurs du virus V sera inférieur à 100 000 lors de l'année 20.

### Code de l'algorithme

```
1  VARIABLES
2  n EST_DU_TYPE NOMBRE
3  u EST_DU_TYPE NOMBRE
4  DEBUT_ALGORITHME
5  n PREND_LA_VALEUR 0
6  u PREND_LA_VALEUR 500000
7  TANT_QUE (u>100000) FAIRE
8  DEBUT_TANT_QUE
9  n PREND_LA_VALEUR n+1
10 u PREND_LA_VALEUR u*0.92
11 FIN_TANT_QUE
12 AFFICHER n
13 FIN_ALGORITHME
```

5°) Si on fait baisser chaque année le nombre de personnes porteuses du virus de 15% au lieu de 8%.

Il faut, dans l'algorithme de la question précédente,

remplacer la ligne Affecter à  $u$  la valeur  $0.92 \times u$  par Affecter à  $u$  la valeur  $0.85 \times u$

c'est-à-dire dans Algobox remplacer la ligne 10 par  $u \text{ PREND\_LA\_VALEUR } u * 0.85$

Dans ces conditions le nombre de porteurs du virus V sera inférieur à 100 000 au bout de 10 ans.