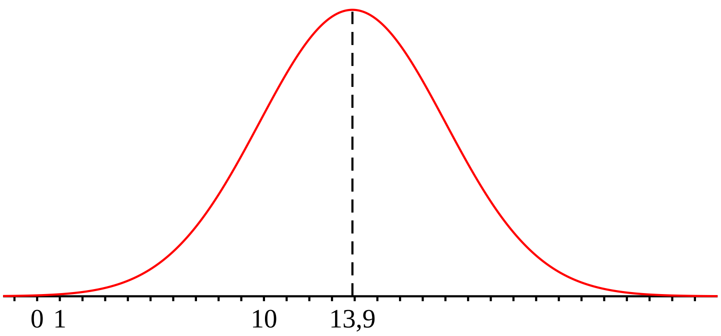
Loi normale

EXERCICE 1

Pondichéry avril 2016

Des études statistiques ont permis de modéliser le temps hebdomadaire, en heures, de connexion à internet des jeunes en France âgés de 16 à 24 ans par une variable aléatoire T suivant une loi normale de moyenne $\mu = 13,9$ et d'écart type σ.
La fonction densité de probabilité de T est représentée ci-dessous :

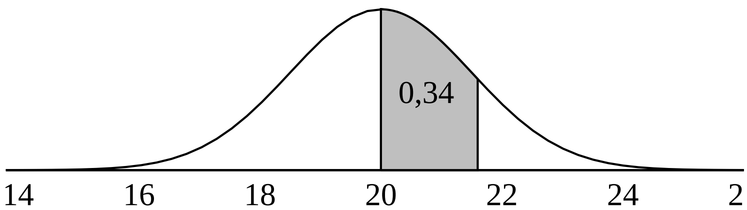


1) On sait que $p(T \geqslant 22) = 0,023$.
   En exploitant cette information :
   a) hachurer sur le graphique donné un annexe, deux domaines distincts dont l'aire est égale à $0,023$;
   b) déterminer $P(5,8 \leqslant T \leqslant 22)$. Justifier le résultat. Montrer qu'une valeur approchée de σ au dixième est $4,1$.
2) On choisit un jeune en France au hasard.
   Déterminer la probabilité qu'il soit connecté à internet plus de 18 heures par semaine.
   Arrondir au centième.

EXERCICE 2

Liban mai 2016

Sur le schéma ci-dessous on a représenté la courbe de densité d'une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 20$. La probabilité que la variable aléatoire X soit comprise entre 20 et $21,6$ est égale à $0,34$.



Est-il vrai de dire que la probabilité que la variable aléatoire X appartienne à l'intervalle $[23,2\ ;\ +\infty[$ vaut environ 0,046.

EXERCICE 3

Amérique du Nord juin 2016

Une entreprise fabrique des billes en bois sphériques grâce à deux machines de production A et B. L'entreprise considère qu'une bille peut être vendue uniquement lorsque son diamètre est compris entre 0,9 cm et 1,1 cm.
On s'intéresse au diamètre, exprimé en cm, des billes produites par les machines A et B.

1) Une étude statistique conduit à modéliser le diamètre d'une bille prélevée au hasard dans la production de la machine B par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 1$ et d'écart-type $\sigma = 0,055$.

   Déterminer la probabilité qu'une bille produite par la machine B soit vendable, au centième près.

2) De la même façon, le diamètre d'une bille prélevée au hasard dans la production de la machine A est modélisé à l'aide d'une variable aléatoire Y qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 1$ et d'écart-type σ', σ' étant un réel strictement positif.

   Sachant que $P(0,9 \leqslant Y \leqslant 1,1) = 0,98$, déterminer une valeur approchée au millième de σ'.

EXERCICE 4

Polynésie juin 2015

Dans un pays, la taille en centimètres des femmes de 18 à 65 ans peut être modélisée par une variable aléatoire X_1 suivant la loi normale d'espérance $\mu_1 = 165$ cm et d'écart-type $\sigma_1 = 6$ cm, et celle des hommes de 18 à 65 ans, par une variable aléatoire X_2 suivant la loi normale d'espérance $\mu_2 = 175$ cm et d'écart-type $\sigma_2 = 11$ cm.
Dans cet exercice tous les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

1) Quelle est la probabilité qu'une femme choisie au hasard dans ce pays mesure entre 1,53 mètre et 1,77 mètre ?

2) a) Déterminer la probabilité qu'un homme choisi au hasard dans ce pays mesure plus de 1,70 mètre.

   b) De plus, on sait que dans ce pays les femmes représentent 52 % de la population des personnes dont l'âge est compris entre 18 et 65 ans. On choisit au hasard une personne qui a entre 18 et 65 ans. Elle mesure plus de 1, 70 m. Quelle est la probabilité que cette personne soit une femme ?