SUITES

EXERCICE 1

1. Exprimer par une formule de récurrence la suite (u_n) définie par le procédé suivant :
   « Le terme initial est 4, un terme est égal à la somme du double du précédent et de 5 »
2. La suite (v_n) de terme initial 2, est définie par le procédé suivant :
   « Un terme est égal à l'inverse du précédent, augmenté de 1 ».
   Exprimer cette suite par une formule de récurrence.

EXERCICE 2

On considère la suite (u_n) telle que : pour tout entier n, $u_n = \dfrac{3n+4}{n+1}$.

1. Calculer u_0, u_1, u_2 et u_3.
2. Exprimer en fonction de n : u_{n-1} ; $u_n - 1$, u_{n+2} ; $u_n + 2$; u_{2n-1} ; $2u_n - 1$; $u_{2n} - 1$.
3. Exprimer en fonction de n le terme de rang $n+1$.

EXERCICE 3

Soient (u_n) et (v_n) les suites définies pour tout entier n par :

$$u_n = \frac{n^4}{60} - \frac{n^3}{10} + \frac{11n^2}{60} + \frac{19n}{10} - 3 \quad \text{et} \quad v_n = \frac{18n-28}{3n^2+12} + \frac{n^2}{3} - \frac{2}{3}$$

1. Calculer les cinq premiers termes des suites (u_n) et (v_n)
2. Les deux suites (u_n) et (v_n) sont-elles égales ?

EXERCICE 4

1. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = 16 \times 0{,}5^n - 1$.
   Calculer u_4 et u_6.
2. (v_n) est la suite définie par $v_0 = 60$ et pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = \dfrac{v_n}{3} - \dfrac{1}{2}$.
   Calculer v_4 et v_8.

EXERCICE 5

Soient (u_n) la suite définie par $u_0 = 200$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = 0{,}8u_n + 15$

1. Calculer les cinq premiers termes de la suite (u_n).
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier n par $v_n = 125 \times 0{,}8^n + 75$.
   Les deux suites (u_n) et (v_n) sont-elles égales ?

EXERCICE 6

Étudier le sens de variation des suites suivantes en comparant u_{n+1} et u_n

1. (u_n) est la suite définie pour tout entier n par $u_n = 1 - \dfrac{2}{n+1}$.
2. (u_n) est la suite définie pour tout entier $n \geqslant 1$ par $u_n = \dfrac{n+1}{n}$.
3. (u_n) est la suite définie pour tout entier n par $u_n = n^2 - n - 2$.
4. (u_n) est la suite définie pour tout entier n par $u_n = 2^n - 3$.
5. (u_n) est la suite définie pour tout entier n par $u_n = 16 \times 0{,}5^n - 1$.
6. (u_n) est la suite définie pour tout entier n par $u_n = 0{,}5 \times (-2)^n$.

EXERCICE 7

Étudier le sens de variation des suites suivantes en calculant le quotient $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

1. (u_n) est la suite définie pour tout entier n par $u_n = 5 \times \dfrac{2^n}{3^n}$.
2. (u_n) est la suite définie pour tout entier n par $u_n = n \times 2^n$.
3. (u_n) est la suite définie pour tout entier n par $u_n = \dfrac{n}{2^n}$.

EXERCICE 8

Étudier le sens de variation des suites suivantes.

1. (u_n) est la suite définie pour tout entier n par $u_n = \dfrac{2n-5}{3n+2}$.
2. (u_n) est la suite définie pour tout entier $n \geqslant 1$ par $u_n = \dfrac{n}{n^2+1}$.
3. (u_n) est la suite définie pour tout entier n par $u_n = \dfrac{n^2}{n^2+1}$.

EXERCICE 9

Étudier le sens de variation des suites suivantes.

1. (u_n) est la suite définie par $u_0 = 3$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = 3u_n$.
2. (v_n) est la suite définie par $v_0 = 2$ et pour tout entier n, $v_{n+1} = \dfrac{v_n}{2}$.
3. (w_n) est la suite définie par $w_0 = -2$ et pour tout entier n, $w_{n+1} = {w_n}^2 + w_n + 2$.

EXERCICE 10

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, tracer la courbe représentative de la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = 0{,}4x + 3$ et la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = x$.

1. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = -3$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = 0{,}4u_n + 3$.
   a) Dans le repère précédent, placer u_0 sur l'axe des abscisses puis, en utilisant les droites précédemment tracées, construire sur le même axe u_1, u_2, u_3 et u_4.
   b) Quelle conjecture peut-on émettre sur les variations de la suite (u_n) ?
2. Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 14$ et pour tout entier n, $v_{n+1} = 0{,}4v_n + 3$.
   a) Dans le repère précédent, construire sur l'axe des abscisses les cinq premiers termes de la suite (v_n).
   b) Quelle conjecture peut-on émettre sur les variations de la suite (v_n) ?
3. Peut-on choisir une valeur a pour laquelle la suite (w_n) définie par $w_0 = a$ et pour tout entier n, $w_{n+1} = 0{,}4v_n + 3$ est stationnaire ?

EXERCICE 11

(u_n) est une suite arithmétique de raison $-\dfrac{2}{3}$ et de premier terme $u_0 = 81$

1. Calculer u_3 et u_{10}
2. Exprimer le terme général u_n en fonction de n.
3. Déterminer le premier terme négatif de la suite (u_n).

EXERCICE 12

Préciser si les suites suivantes définies pour tout entier naturel n, sont arithmétiques ou non. Si oui, préciser le premier terme et la raison.

1. $u_n = 3 - 2n$
2. $u_n = n^2 - \left(n - \dfrac{5}{2}\right)^2 + 9$.
3. $u_n = n^2 - n$.
4. $u_n = 2n + (-1)^n$.

EXERCICE 13

Les termes de la suite (u_n) sont calculés par l'algorithme suivant pour un entier N saisi par l'utilisateur.

$U \leftarrow (-15)$
Pour I variant de 1 à N
$U \leftarrow \dfrac{3U+5}{3}$
Fin Pour

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
2. La suite (u_n) est-elle une suite arithmétique ?
3. Exprimer le terme général u_n en fonction de n.
4. Calculer u_5 et u_{12}.
5. Déterminer le premier terme de la suite (u_n) supérieur à 150.

EXERCICE 14

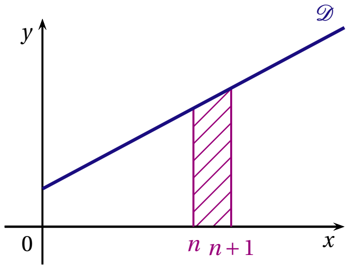
(u_n) est la suite définie par $u_0 = 5$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{2u_n+3}$.
La suite (v_n) est définie pour tout entier naturel n par $v_n = \dfrac{1}{u_n}$.

1. Calculer u_1, u_2, u_3 et les quatre premiers termes de la suite v_n.
2. a) Démontrer que la suite (v_n) est arithmétique.
   b) Exprimer le terme général v_n en fonction de n.
3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

EXERCICE 15

La droite $\mathscr{D}$ a pour équation $y = \dfrac{8}{15}x+1$.
On considère les suites (a_n) et (b_n) définies pour tout entier naturel n où a_n et b_n sont respectivement l'aire et le périmètre du trapèze hachuré.

1. Exprimer a_n et b_n en fonction de n.
2. Les suites (a_n) et (b_n) sont-elles arithmétiques ?



EXERCICE 16

(u_n) est une suite arithmétique définie pour tout entier naturel n.
Dans chacun des cas suivants, déterminer la raison et l'expression de u_n en fonction de n

1. $u_7 = -6$, $u_{12} = 0$.
2. $u_6 = -\dfrac{3}{2}$, $u_9 = \dfrac{3}{2}$.

EXERCICE 17

(u_n) est une suite arithmétique de raison r

1. $u_8 = 12$, $u_{40} = 48$. Calculer u_{18}.
2. $u_5 = 39$, $u_{35} = 3$. Calculer u_{97}.

EXERCICE 18

(u_n) est une suite arithmétique de raison a, déterminer l'entier k dans chacun des cas suivants :

1. $u_{21} = 32$, $a = 1{,}5$ et $u_k = 5$
2. $u_{10} = 64$, $u_5 = 14$ et $u_k = 114$.

EXERCICE 19

(u_n) est une suite arithmétique telle que $u_5 = -2$ et $u_9 = -5$.

1. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = \dfrac{2}{3}u_n + 6$.
   Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique et donner sa raison.
2. Montrer que la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n, par $w_n = u_{4n} + 2$ est une suite arithmétique et donner sa raison.

EXERCICE 20

1. Déterminer 9 nombres impairs consécutifs telle que leur somme est égale à 234.
2. Déterminer la somme des multiples de 13 inférieurs à 200.
3. Calculer la somme $s = \dfrac{1}{3} + 1 + \dfrac{5}{3} + \dfrac{7}{3} + 3 + \cdots + \dfrac{37}{3} + 13$ de termes consécutifs d'une suite arithmétique.
4. (u_n) est une suite arithmétique telle que $u_4 + u_5 + \cdots + u_{12} = 27$ et $u_6 = 2$. Calculer u_0 et la raison r.
5. Calculer la somme S des 100 premiers termes de la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par $u_n = 6n - 5$.

EXERCICE 21

1. (u_n) est une suite géométrique telle que $u_9 = 32$ et $u_{11} = 18$. Calculer u_{10}.
2. (u_n) est une suite géométrique de raison $q \neq 1$ telle que $u_0 = 4$ et $2u_2 = 5u_1 - 3u_0$. Calculer u_5.

EXERCICE 22

a et c sont deux réels strictement positifs. Déterminer en fonction de a et c le réel positif b tel que a, b et c soient dans cet ordre, trois termes consécutifs d'une suite géométrique.

EXERCICE 23

1. Soit (u_n) la suite géométrique définie pour tout entier n par $u_n = 5 \times 0{,}96^n$.
   a) Donner le premier terme u_0 et la raison de la suite (u_n).
   b) Étudier le sens de variation de la suite (u_n).
2. (v_n) est la suite géométrique de premier terme $v_0 = 0{,}15$ et de raison 1,2.
   a) Exprimer v_n en fonction de n.
   b) Étudier le sens de variation de la suite (v_n).
3. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin de déterminer le plus petit entier n vérifiant $u_n \leqslant v_n$.

```
U ← ···
V ← 0,15
N ← 0
Tant que U ···
    U ← ···
    V ← 1,2 × V
    N ← N + 1
Fin Tant que
```

EXERCICE 24

(*D'après sujet bac*)

La plupart des lignes électriques font circuler du courant alternatif. Certaines font circuler du courant continu à très haute tension qui occasionne moins de pertes que le courant alternatif, notamment lorsque les lignes sont immergées, mais aussi lorsque les distances sont très importantes.
En 2012, la plus longue liaison électrique à courant continu en service dans le monde relie la centrale hydro-électrique de Xiangjiaba à la ville de Shanghai. Elle mesure environ 1 900 km; sa puissance électrique initiale est de 6 400 MW; le courant est transporté sous une tension de 800 kV.

Lorsque du courant électrique circule dans un câble, une partie de la puissance électrique est perdue. On estime les pertes de puissance électrique d'un courant continu à très haute tension à 0,3 % pour une distance de 100 kilomètres.

PARTIE A :

On note $p_0 = 6400$. Pour tout nombre entier naturel non nul n, on note p_n la puissance électrique restant dans la ligne Xiangjiaba-Shanghai au bout d'une distance de n centaines de kilomètres. Ainsi p_1 est la puissance électrique restant dans la ligne au bout de 100 km.

1. Montrer que $p_1 = 0{,}997 p_0$.
2. Quelle est la puissance électrique au MW près par défaut restant dans la ligne Xiangjiaba–Shanghai au bout de 200 km ?
3. Déterminer la nature de la suite (p_n) puis exprimer p_n en fonction de n.
4. Quelle est la puissance électrique à l'arrivée de la ligne Xiangjiaba–Shanghai ?

PARTIE B :

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
p ← 6400
q ← 0,997
Pour I variant de 1 à n
    p ← p × q
Fin Pour
```

1. On entre dans l'algorithme la valeur $n = 3$.
   Faire fonctionner cet algorithme pour compléter les cases non grisées du tableau suivant, que l'on recopiera (on donnera des valeurs arrondies à l'unité près par défaut).

	n	q	p
Entrées et initialisation	3	0,997	6 400
1er passage dans la boucle de l'algorithme			
2e passage dans la boucle de l'algorithme			
3e passage dans la boucle de l'algorithme			

2. Interpréter la valeur de p obtenue au troisième passage dans la boucle de l'algorithme.
3. Quel est le pourcentage de perte de puissance électrique en ligne au bout de 300 km ?
4. D'autres lignes électriques à très haute tension, en courant continu, sont en cours d'étude. On souhaite limiter la perte de puissance électrique à 7 % sur ces lignes.
   La ligne Xiangjiaba–Shanghai répond-t-elle à cette contrainte ?

EXERCICE 25

Pour respecter une nouvelle norme antipollution, un groupe industriel s'engage à réduire chaque année sa quantité de rejets de 5%.
En 2015, la quantité de rejets était de 40 000 tonnes.

1. Quel a été la quantité de rejets en 2017 ?
2. Pour tout entier naturel n, on note r_n la quantité, en tonnes, de rejets pour l'année $(2015 + n)$.
   On a donc $r_0 = 40000$.
   a) Exprimer r_{n+1} en fonction de r_n. En déduire la nature de la suite (r_n).
   b) Pour tout entier naturel n, exprimer r_n en fonction de n.
3. Étudier le sens de variation de la suite (r_n).
4. La direction du groupe industriel souhaite connaître l'année à partir de laquelle, la quantité de rejets aura diminué d'au moins 40%.
   a) Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il permette de déterminer l'année à partir de laquelle, la quantité de rejets aura diminué d'au moins 40%.

```
R ← 40000
N ← 0
Tant que R > ···
    R ← ···
    N ← N + 1
Fin Tant que
```

   b) Quelle est la valeur de la variable N calculée par cet algorithme ?

EXERCICE 26

Un véhicule hybride est équipé d'une batterie Li-ion dont la capacité d'énergie massique est de 180 Wh/kg.
La vie de cette batterie a été reconstituée en laboratoire en simulant des cycles de charge et de décharge pour déterminer sa durée de vie en fonction de différents facteurs et partant du principe que la batterie est jugée « inutilisable » dès lors qu'elle perd plus de 20 % de sa capacité d'énergie massique.
Les résultats obtenus ont permis d'établir que la capacité d'énergie massique de la batterie diminue de 1,4 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note C_n la capacité d'énergie massique en Wh/kg de la batterie au bout de n années.
On a donc $C_0 = 180$.

1. a) Calculer C_1. Interpréter le résultat.
   b) Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n.
   c) Justifier que $C_n = 180 \times 0{,}986^n$.
2. On cherche à déterminer à l'aide d'un algorithme au bout de combien d'années, cette batterie devient « inutilisable ».
   On propose l'algorithme suivant :

   ```
   C ← 180
   N ← 0
   Tant que ...
       C ← ···
       N ← ···
   Fin Tant que
   ```

   a) Recopier et compléter la partie relative au traitement.
   b) Au bout de combien d'années, cette batterie devient « inutilisable » ?

EXERCICE 27

Le Phosphore 32 est un isotope radioactif du phosphore utilisé en médecine pour le traitement de certaines maladies.
On injecte à un patient une solution contenant 4×10^{15} noyaux de Phosphore 32.
On considère que le nombre de noyaux diminue chaque jour de 4,8 %.
On note u_n le nombre de noyaux au bout de n jours. On a donc $u_0 = 4 \times 10^{15}$.

1. Calculer u_1 puis u_2.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n).
3. Exprimer u_n en fonction de n.
4. Étudier le sens de variation de la suite (u_n).
5. Écrire un algorithme qui permette de déterminer à partir de combien de jours le nombre de noyaux aura diminué au moins de moitié.

EXERCICE 28

Une agence de presse a la charge de la publication d'un journal hebdomadaire traitant des informations d'une communauté de communes dans le but de mieux faire connaître les différents évènements qui s'y déroulent.
Un sondage prévoit un accueil favorable de ce journal dans la population.
Une étude de marché estime à 1 200 le nombre de journaux vendus lors du lancement du journal avec une progression des ventes de 2 % chaque semaine pour les éditions suivantes.
On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de journaux vendus n semaines après le début de l'opération. On a donc $u_0 = 1200$.

1. Calculer le nombre u_1 de journaux vendus une semaine après le début de l'opération.
2. Vérifier que $u_{n+1} = 1{,}02 \times u_n$ pour tout entier naturel n. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
3. Écrire, pour tout entier naturel n, l'expression de u_n en fonction de n.
4. Calculer le nombre de journaux vendus la douzième semaine après le début de l'opération.
5. L'agence souhaite dépasser les 3 000 journaux vendus par semaine. Voici un algorithme :

$U \leftarrow 1200$
$N \leftarrow 0$
Tant que $U < 3000$
    $U \leftarrow 1{,}02 \times U$
    $N \leftarrow N+1$
Fin Tant que

a) Déterminer la valeur de N calculée par cet algorithme.

b) Interpréter le résultat précédent.

6. Calculer $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{51}$ et interpréter le résultat.

EXERCICE 29

(*D'après sujet bac*)

Au 1er janvier 2014, un particulier installe 20m^2 de panneaux photovoltaïques à son domicile.
Pour estimer la rentabilité de cette installation, il utilise la documentation suivante :

En France 1m^2 de panneaux photovoltaïques correctement orientés produit environ 95 kWh/an.
La première année, une installation produit effectivement cette quantité et on estime que la perte de rendement est de 3 % par an.
La rentabilité financière est assurée à partir du moment où la quantité totale d'énergie produite depuis le début de l'installation dépasse 20 000 kWh

Pour tout entier $n \geqslant 0$, on note u_n la quantité d'énergie produite par l'installation durant l'année $2014 + n$.

PARTIE A

1. a) Déterminer la quantité d'énergie produite en 2014 et la quantité d'énergie produite en 2015.
   b) Vérifier que $u_{n+1} = 0{,}97 \times u_n$ pour tout entier naturel n.
2. Quelle estimation, à la dizaine de kWh près, peut-on donner de la quantité d'énergie produite en 2044 ?

PARTIE B

On considère l'algorithme ci-dessous :

$u \leftarrow 1900$
$S \leftarrow 1900$
$n \leftarrow 0$
Tant que $S < 20000$
    $n \leftarrow n+1$
    $u \leftarrow u \times 0{,}97$
    $S \leftarrow S + u$
Fin Tant que

1. La valeur affichée en exécutant cet algorithme est 12. Que signifie ce résultat ?
2. On estime que la durée de vie de l'installation sera d'environ 25 ans.
   Calculer $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{24}$ et interpréter le résultat.

EXERCICE 30

1. L'algorithme ci-dessous permet de calculer les termes successifs d'une suite (u_n).

$U \leftarrow 750$
Pour I variant de 1 à N
    $U \leftarrow 0{,}4 \times U$
Fin Pour

Quelle est la valeur calculée cet algorithme lorsque l'on saisit $N = 1$, puis $N = 2$ et enfin $N = 3$?

2. a) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser ses éléments caractéristiques.
   b) Pour tout entier naturel n, donner l'expression du terme u_n en fonction de n.
   c) Étudier le sens de variation de la suite (u_n).
3. On considère la suite (S_n) définie pour tout entier naturel n par $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.
   a) Calculer S_3.
   b) Quelles modifications doit-on faire à l'algorithme précédent pour qu'il calcule la valeur du terme S_n pour un entier n donné ?
   c) Exprimer S_n en fonction de l'entier naturel n.
   d) Étudier le sens de variation de la suite (S_n).

EXERCICE 31

PARTIE A

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1760$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}65u_n + 861$.

1. La suite (u_n) est-elle une suite géométrique ?
2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 2460$.
   a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   b) Exprimer v_n en fonction de n.
   En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, $u_n = 2460 - 700 \times 0{,}65^n$.
3. Étudier le sens de variation de la suite (u_n).

PARTIE B

Une étude réalisée sur le nombre d'emplacements de camping d'une région touristique a permis d'établir que la demande d'emplacements peut être modélisée par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre d'emplacements l'année $2017 + n$.

1. Un réaménagement de l'offre d'emplacements de camping sera nécessaire dès que la demande dépassera 2 400 emplacements.
   On considère l'algorithme suivant :

```
U ← 1760
N ← 0
Tant que U ⩽ 2400
    N ← N + 1
    U ← 0,65 × U + 861
Fin Tant que
```

   a) Recopier et compléter autant que nécessaire les colonnes du tableau suivant en arrondissant les résultats à l'unité.

Valeur de N	0	1	…	
Valeur de U	1 760		…	
Condition $U \leqslant 2400$	Vraie		…	

   b) Donner la valeur affectée à la variable N à la fin de l'exécution de cet algorithme et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

2. Selon ce modèle, est-il possible d'envisager une demande supérieure à 2 500 emplacements ?