

EXERCICE 1

Étudier dans chacun des cas, les variations de la fonction et donner les coordonnées du sommet de la parabole représentative de la fonction.

1. f_1 est la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f_1(x) = -x^2 - 2x + 1$.
2. f_2 est la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f_2(x) = 2x^2 - x - \frac{3}{8}$.
3. f_3 est définie sur \mathbb{R} par $f_3(x) = -2x^2 + 8x - 7$
4. f_4 est définie sur \mathbb{R} par $f_4(x) = x^2 - \frac{x}{2} - 3$

EXERCICE 2

f est une fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$)

Dans chacun des cas suivants, répondre aux questions suivantes :

- Quel est le signe de a ?
- Quelle est la valeur de $-\frac{b}{2a}$?
- Quel est le signe du discriminant Δ ?
- Quel est le signe de c ?

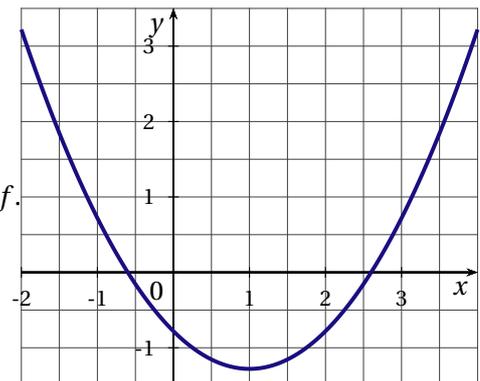
1. Le tableau des variations de f est :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$			

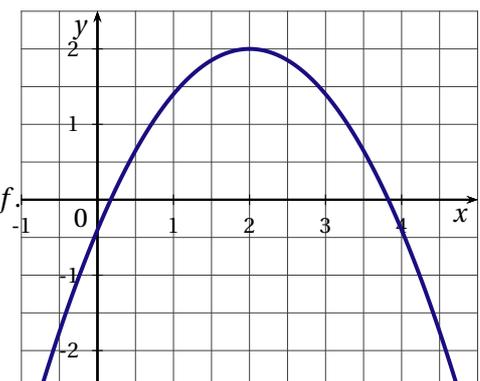
2. Le tableau des variations de f est :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$			

3. La parabole ci-contre est la courbe représentative de la fonction f .

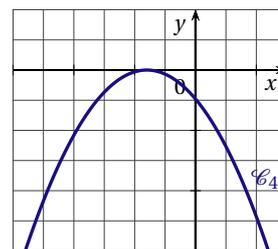
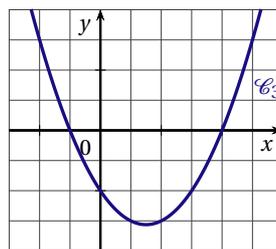
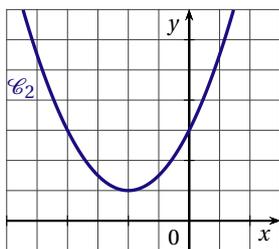
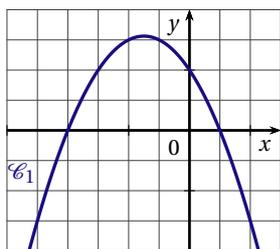


4. La parabole ci-contre est la courbe représentative de la fonction f .



EXERCICE 3

- Soit f une fonction polynôme du second degré telle que le maximum de la fonction f soit égal à 0.
Parmi les propositions suivantes quelles sont celles qui sont exactes?
 a) $a > 0$ et $\Delta < 0$.
 b) $a < 0$ et $\Delta = 0$.
 c) $a < 0$ et $\Delta < 0$.
 d) La courbe représentative de la fonction f coupe l'axe des abscisses en deux points.
 e) L'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution.
- Les 4 paraboles ci-dessous, sont les courbes représentatives de quatre fonctions polynôme du second degré f_1, f_2, f_3 et f_4 .



À partir des informations données sur le signe de a et sur le discriminant, associer à chaque fonction sa courbe représentative :

$f_1 : a > 0$ et $\Delta < 0$;

$f_2 : a > 0$ et $\Delta > 0$;

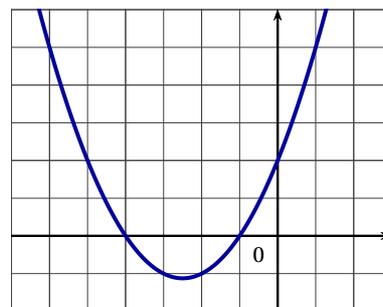
$f_3 : a < 0$ et $\Delta = 0$;

$f_4 : a < 0$ et $\Delta > 0$.

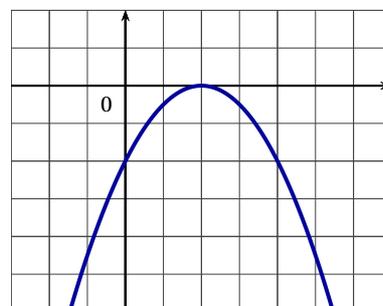
EXERCICE 4

f est une fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$)
 Dans chacun des cas suivants, préciser le signe de a et indiquer si le discriminant Δ est négatif, positif ou nul.

- La parabole ci-contre est la courbe représentative de la fonction f .



- La parabole ci-contre est la courbe représentative de la fonction f .



- Le tableau des variations de f est

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$			

4. Le tableau des variations de f est

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f(x)$	\nearrow -1 \searrow		

EXERCICE 5

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

- $2x^2 = x + 3$
- $2x^2 - 2x - 1 = 0$
- $x^2 - 3x + 9$
- $8x^2 + 10x - 3 = 0$
- $1 - 3x + 2x^2 = 0$
- $3x^2 + x = 2x^2 - x + 2$

EXERCICE 6

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Sa courbe représentative dans un repère orthonormal est une parabole passant les points : $A(-2; 7)$, $B(0; 1)$ et $C(2; -1)$.

1. À l'aide d'un système d'équations, déterminer les réels a , b , et c , et en déduire l'équation de la parabole.

2. On note \mathcal{P} la parabole d'équation : $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$.

Calculer les coordonnées de ses points d'intersection avec l'axe des abscisses.

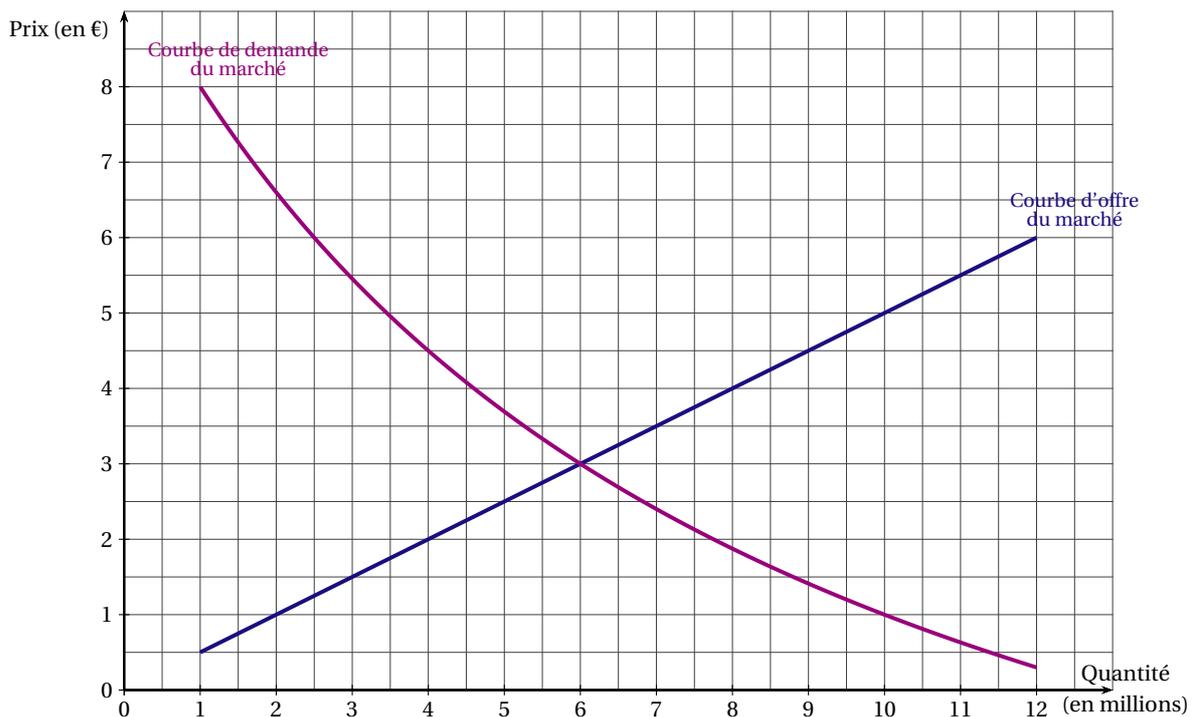
EXERCICE 7

L'offre et la demande désignent respectivement la quantité d'un bien ou d'un service que les acteurs du marché sont prêts à vendre ou à acheter à un prix donné.

Une étude concernant un article A a permis d'établir que :

- la fonction d'offre f est donnée par $f(q) = 0,5q$
- la fonction demande g est donnée par $g(q) = \frac{78 - 6q}{q + 8}$

où $f(q)$ et $g(q)$ sont les prix d'un article en euros, pour une quantité q comprise entre 1 et 12 millions d'unités.



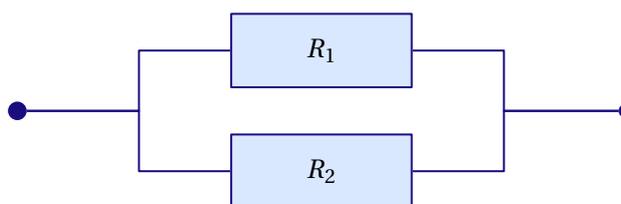
- À l'aide du graphique précédent et en argumentant la réponse, déterminer si la demande est excédentaire quand le prix de vente d'un article est de 1 €.
- On suppose dans cette question que le prix de vente d'un article est de 4,50 €.
 - Calculer la quantité d'articles offerte sur le marché;
 - Calculer la quantité d'articles demandée sur le marché;
 - Quel problème cela pose-t-il?
- On dit que le marché est à l'équilibre lorsque, pour un même prix, la quantité offerte est égale à la quantité demandée.
Déterminer le prix d'équilibre et la quantité associée.

EXERCICE 8

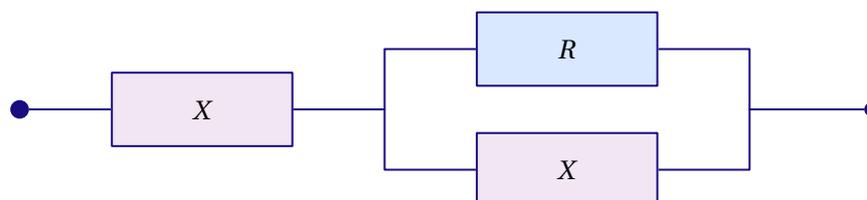
Pour deux résistances R_1 et R_2 montées en série, la résistance du dipôle est $R = R_1 + R_2$



Pour deux résistances R_1 et R_2 montées en parallèle, la résistance du dipôle est $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$



On donne $R = 6\Omega$, déterminer la résistance X pour que la résistance du montage ci-dessous soit 16Ω .



EXERCICE 9

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

- $-4x^2 + 4x + 15 \geq 0$
- $x^2 + 2x \leq 1$
- $3x - x^2 \leq x^2 + 4$
- $-2x^2 + 5x + 12 \geq 0$
- $4x^2 \leq 4x + 1$
- $(2x + 1)(1 - 3x) \geq 1$

EXERCICE 10

- Soit P la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ passant les points $A(-2;4)$, $B(2;-1)$ et $C(6;2)$.
À l'aide d'un système d'équations, déterminer les réels a , b , et c , et en déduire l'équation de la parabole.
- Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\frac{x^2 - 5x + 2}{4} \leq -\frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$.
- Soit D la droite d'équation $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$.
Étudier les positions relatives de la droite D et de la parabole P .

EXERCICE 11

Une entreprise fabrique un produit dont le coût de production mensuel en euros est modélisé par :

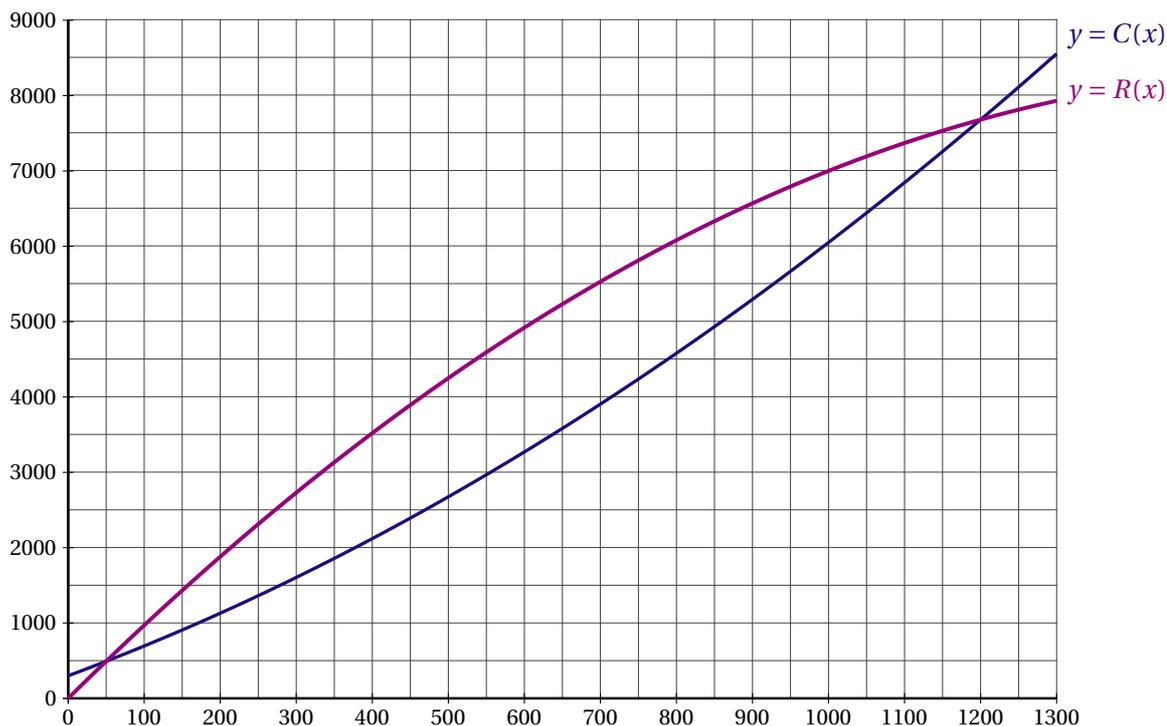
$$C(x) = 0,02x^2 + 37,5x + 3000$$

où x est le nombre d'unités produites mensuellement et x dans l'intervalle $]0; 1300]$.

Pour éviter de se retrouver avec un stock important, l'entreprise ajuste son prix de vente en fonction de la quantité produite. Le prix de vente unitaire en euros en fonction de x , est $P(x) = 100 - 0,03x$.

On suppose que l'ajustement du prix de vente unitaire permet d'écouler toute la production et on note $R(x)$ la recette mensuelle générée par la production et la vente de x produits.

Les fonctions coût et recette sont représentées ci-dessous dans un repère orthogonal.



On cherche à déterminer la quantité que l'entreprise devrait produire mensuellement pour maximiser son profit.

1. Montrer que le bénéfice B est donné par $B(x) = -0,05x^2 + 62,5x - 3000$.
2. Déterminer graphiquement puis par le calcul, les valeurs de x pour lesquelles l'entreprise réalise un profit.
3. Étudier les variations de la fonction B . En déduire la quantité x que l'entreprise doit produire mensuellement pour maximiser son profit. Quel est le montant du profit maximum ?

EXERCICE 12

Une entreprise fabrique un produit « Bêta ». La production mensuelle ne peut pas dépasser 15 000 articles. Le coût total, exprimé en milliers d'euros, de fabrication de x milliers d'articles est modélisé par la fonction C définie sur $]0; 15]$ par :

$$C(x) = 0,5x^2 + 0,6x + 8,16$$

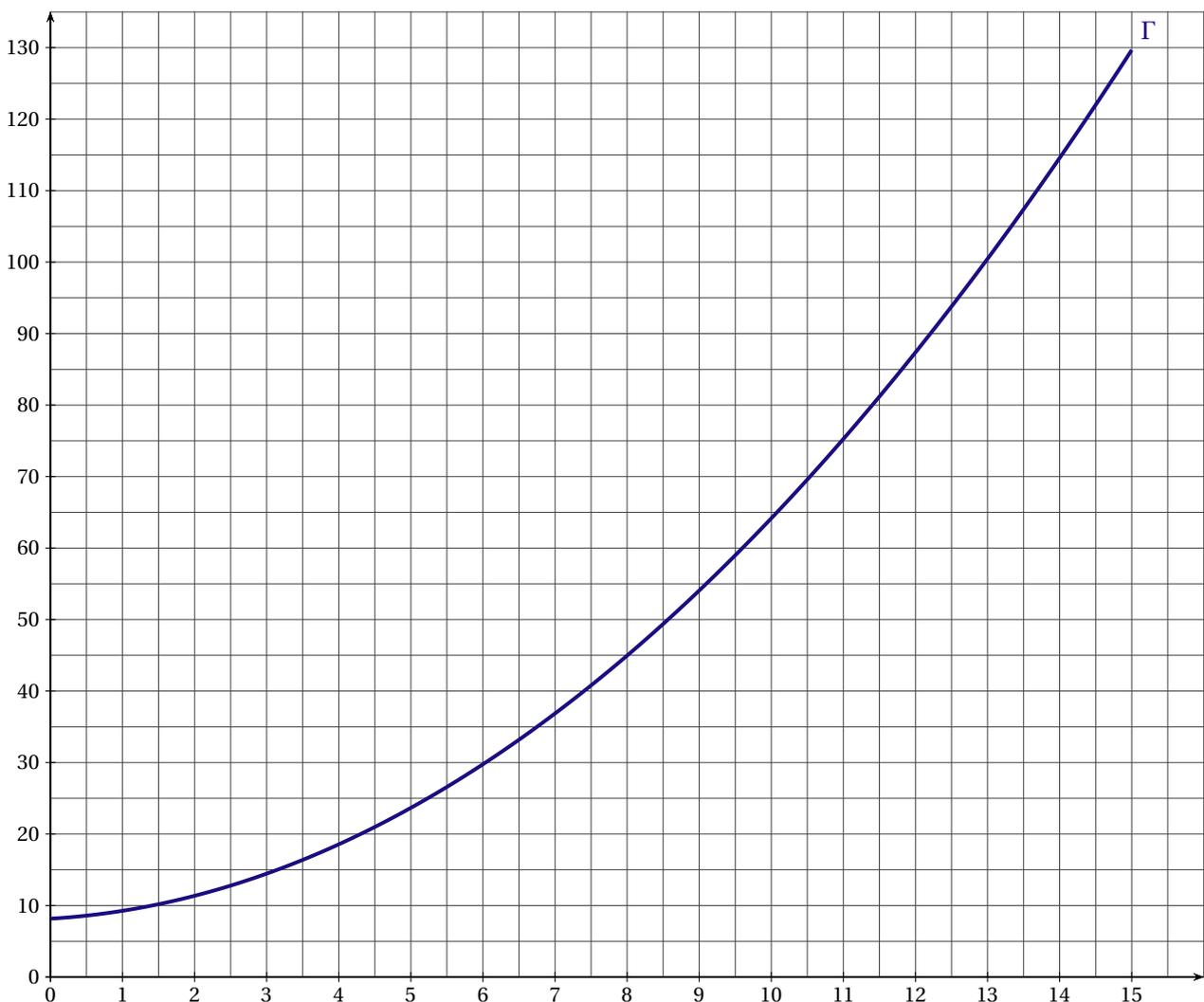
La représentation graphique Γ de la fonction coût total est donnée dans l'annexe ci-dessous à rendre avec la copie.

On admet que chaque article fabriqué est vendu au prix unitaire de 8 €.

1. Qu'est ce qui est plus avantageux pour l'entreprise fabriquer et vendre 4 000 articles ou fabriquer et vendre 12 000 articles ?

2. On désigne par $R(x)$ le montant en milliers d'euros de la recette mensuelle obtenue pour la vente de x milliers d'articles du produit « Bêta ». On a donc $R(x) = 8x$.
- Tracer dans le repère donné en annexe la courbe \mathcal{D} représentative de la fonction recette.
 - Par lecture graphique déterminer :
 - l'intervalle dans lequel doit se situer la production x pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif;
 - la production x_0 pour laquelle le bénéfice est maximal.
3. On désigne par $B(x)$ le bénéfice mensuel, en milliers d'euros, réalisé lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles.
- Montrer que le bénéfice exprimé en milliers d'euros, lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles, est donné par $B(x) = -0,5x^2 + 7,4x - 8,16$ avec $x \in]0; 15]$.
 - Étudier le signe de $B(x)$. En déduire la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice (positif).
 - Étudier les variations de la fonction B sur $]0; 15]$.
En déduire le nombre d'articles qu'il faut fabriquer et vendre chaque mois pour obtenir un bénéfice maximal. Quel est le montant en euro, de ce bénéfice maximal?

ANNEXE



EXERCICE 13

La fonction f définie sur $]0; 20]$ par $f(x) = 500 - 20x + \frac{100}{x}$, modélise le nombre d'articles vendus en fonction du prix unitaire x exprimé en euros.

- Calculer le montant en euros de la recette si le prix de vente d'un article est : de 5 euros; de 10 euros.
- Montrer que la recette en fonction du prix x s'exprime par $R(x) = -20x^2 + 500x + 100$
- Étudier les variations de la fonction recette sur l'intervalle $]0; 20]$.
- Déterminer le prix de vente permettant d'obtenir une recette maximale.
En déduire le nombre d'articles vendus à ce prix.
- Dans quel intervalle de prix, doit se situer le prix de vente pour obtenir une recette supérieure à 2 980 €?

EXERCICE 14

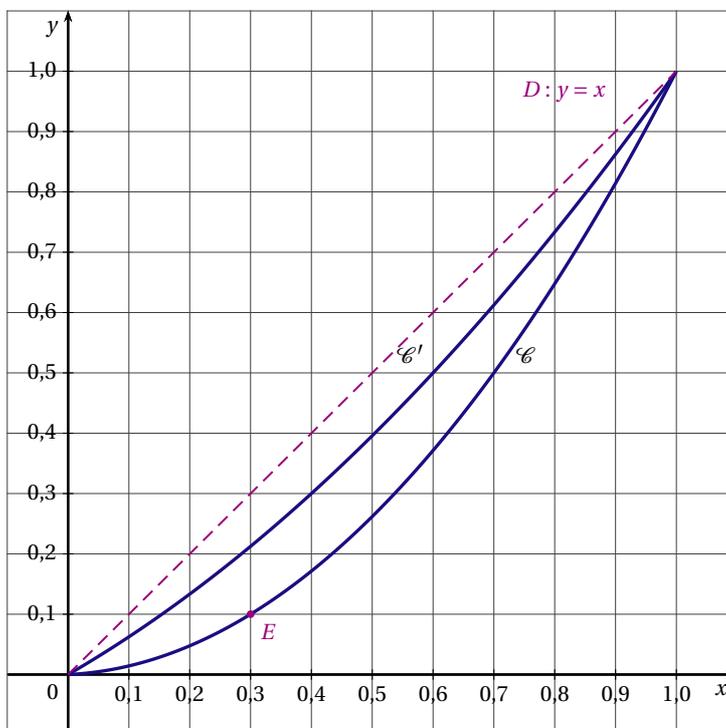
- Résoudre l'équation $X^2 - 7X - 18 = 0$
- En déduire une expression factorisée de $f(x)$ où f est la fonction définie pour tout réel x par :

$$f(x) = x^4 - 7x^2 - 18$$

- Étudier le signe de $f(x)$ sur \mathbb{R} .

EXERCICE 15

On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0; 1]$ par $f(x) = \frac{5x^2 + 7x}{12}$ et $g(x) = \frac{20x^2 + x}{21}$, représentées ci-dessous par les courbes \mathcal{C} et \mathcal{C}'



- Déterminer la courbe représentative de la fonction f en justifiant la réponse.
- Montrer que pour tout réel x de $[0; 1]$, on a : $f(x) \leq x$ et $g(x) \leq x$.

3. Un cabinet d'audit a été chargé d'étudier la répartition des salaires dans deux filiales d'une entreprise, appelées A et B. Pour l'étude, les salaires sont classés par ordre croissant.

Le cabinet d'audit a modélisé la répartition de salaires par la fonction f pour la filiale A et par la fonction g pour la filiale B.

Lorsque x représente un pourcentage de salariés, $f(x)$ et $g(x)$ représentent le pourcentage de la masse salariale que se partagent ces salariés dans leurs filiales respectives.

Exemple : pour la courbe \mathcal{C} , le point $E(0,3;0,1)$ signifie que 30 % des salariés ayant les plus bas salaires se partagent 10 % de la masse salariale.

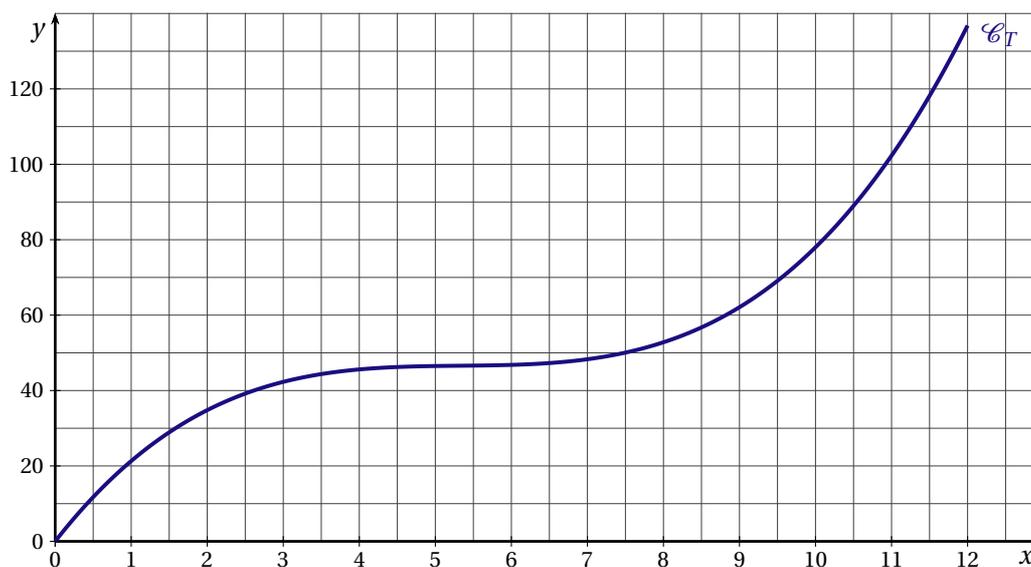
- Calculer le pourcentage de la masse salariale que se répartissent les 50 % des salariés de la filiale A ayant les plus bas salaires.
- Pour les 50 % des salariés ayant les plus bas salaires, laquelle des filiales, A ou B, distribue la plus grande part de la masse salariale?
- Quelle filiale paraît avoir une distribution des salaires la plus inégalitaire?

EXERCICE 16

Une entreprise fabrique un produit « Bêta ». La production mensuelle ne peut pas dépasser 12 000 articles. Le coût total, exprimé en milliers d'euros, de fabrication de x milliers d'articles est modélisé par la fonction f définie sur $]0; 12]$ par :

$$f(x) = 0,3x^3 - 4,8x^2 + 25,8x$$

La représentation graphique \mathcal{C}_T de la fonction coût total est donnée ci-dessous :



Le coût moyen de production C mesure le coût en euro par article produit.

On considère la fonction C définie sur l'intervalle $]0; 12]$ par $C(x) = \frac{f(x)}{x}$.

- Soit A le point d'abscisse a de la courbe \mathcal{C}_T .
 - Montrer que le coefficient directeur de la droite (OA) est égal au coût moyen $C(a)$
 - Conjecturer graphiquement, les variations de la fonction C
- Étudier les variations de la fonction C .
 - En déduire le prix de vente minimal, arrondi à l'euro près, d'un article pour que l'entreprise ne travaille pas à perte?