Chapitre 2 – Fonctions numériques

I – Rappels sur les fonctions

a) Notion de fonction

On note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels.
Une fonction f définie sur une partie D de $\mathbb{R}$ transforme tout réel $x \in D$ en un unique réel noté $f(x)$, que l'on appelle *image* de x par f.

Exemples :

- *La fonction carré est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.*
- *La fonction inverse est la fonction g définie sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{x}$.*

b) Variations

Rappels : Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

- **On dit que f est *croissante* sur I si pour tous $a < b$ de I, $f(a) \leq f(b)$.**
- **On dit que f est *strictement croissante* sur I si pour tous $a < b$ de I, $f(a) < f(b)$.**
- **On dit que f est *décroissante* sur I si pour tous $a < b$ de I, $f(a) \geq f(b)$.**
- **On dit que f est *strictement décroissante* sur I si pour tous $a < b$ de I, $f(a) > f(b)$.**

Une fonction f est monotone sur I si elle est croissante (ou décroissante) sur I ; elle est strictement monotone sur I si elle est strictement croissante (ou strictement décroissante) sur I.

c) Représentation graphique

Définition : On appelle représentation graphique de la fonction f (définie sur D) l'ensemble des points $M(x ; y)$ tels que $x \in D$ et $y = f(x)$.

Exemple : On considère la fonction f définie sur $[-2 ; 6]$ par $f(x) = x^2 - 3x + 1$.

- *Le point $A(4 ; 5)$ appartient à la courbe de f, car $4 \in [-2 ; 6]$ et $f(4) = 4^2 - 3 \times 4 + 1 = 5$.*
- *Le point $B(7 ; 29)$ n'appartient pas à la courbe de f, car $7 \notin [-2 ; 6]$.*

II – La fonction racine carrée

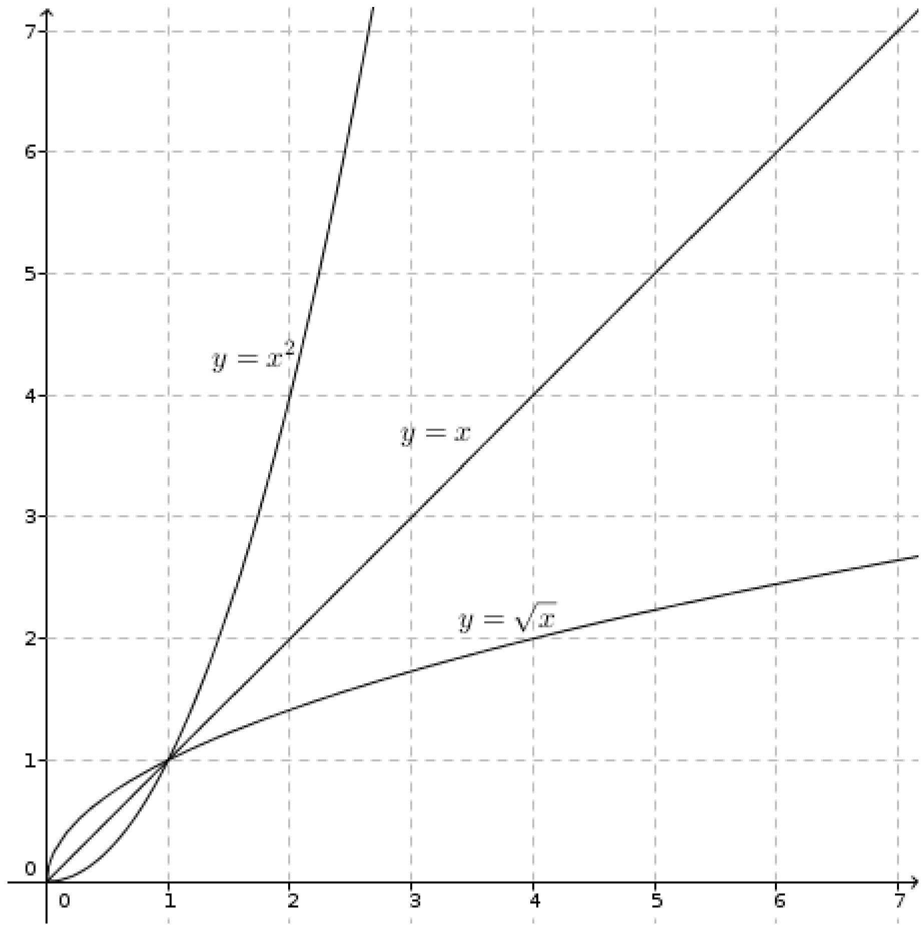
La fonction racine carrée est la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{x}$.
Elle est définie sur $[0;+\infty[$ car seuls les réels positifs ont une racine carrée.
Une racine carrée est toujours positive.

a) Sens de variation

La fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0;+\infty[$.

x	0	$+\infty$
$\sqrt{x}$	0 ↗	

b) Représentation graphique



Les fonctions carré et racine carrée étant réciproques l'une de l'autre sur $[0;+\infty[$, leurs courbes dans un repère orthonormal sont symétriques par rapport à la droite $y=x$.

III – La fonction cube

La fonction cube est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3$.

a) Sens de variation

La fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x^3		$\nearrow$	0	$\nearrow$	

b) Signe

À l'aide du tableau de variation, on en déduit que :

- $x^3<0 \Leftrightarrow x<0$
- $x^3>0 \Leftrightarrow x>0$
- $x^3=0 \Leftrightarrow x=0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x^3		$-$	0	$+$	

c) Représentation graphique

La courbe de la fonction cube dans un repère orthonormal est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Cela provient du fait que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(-x)^3=-x^3$ (deux nombres opposés ont des images opposées).