Devoir Surveillé n°5

Première ES/L

Probabilités

Durée 1 heure - Coeff. 5

Noté sur 20 points

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1. 7 points

Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher. Deux portent le n°1, deux portent le n°2, trois portent le n°3, une porte le n°4. Soit le jeu suivant :

- on gagne 10 euros si le numéro sorti est 1 ou un 2 ;
- et 5 euros si c'est un 3 ;
- on perd 90 euro si c'est un 4.

On définit alors la variable aléatoire X sur l'univers Ω qui correspond au gain (ou perte) du joueur.

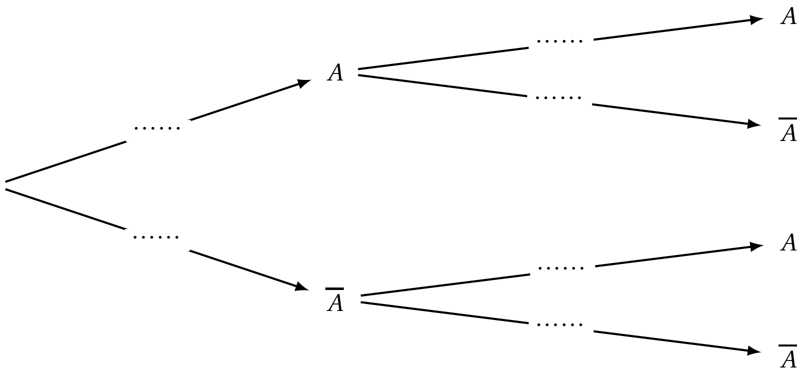
1. Décrire l'univers et l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire X.

2. Décrire par une phrase l'évènement « $X = +5$ » et calculer sa probabilité.
3. Établir la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
4. Décrire par une phrase l'évènement « $X \geq +5$ » et calculer sa probabilité.
5. Donner l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

Exercice 2. 5 points

Une agence de sondage interroge des consommateurs sur l'utilisation d'un site internet. On note A l'évènement « la personne interrogée est satisfaite du site ». La probabilité $P(A)$ qu'une personne soit satisfaite du site est de 0,2. On interroge deux consommateurs au hasard et de façon indépendante.

1. Compléter sur cette feuille l'arbre ci-dessous.
   On note par exemple AA ou $(A\,;\ A)$ l'évènement : « *la première et la deuxième personne sont satisfaites* »



2. Calculer la probabilité qu'ils soient tous deux satisfaits du site.
3. Calculer la probabilité qu'au moins un des deux soit satisfaits du site.

Exercice 3. Le tournoi de tennis — 5 points

Un tournoi de tennis se déroule par élimination directe. On peut jouer au maximum trois partie (si on va en finale).
À chaque rencontre, Roger a une probabilité de gagner égale à 0,6.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de parties jouées par Roger.

1. Montrer que $P(X = 2) = 0,24$.
2. Donner la loi de probabilité de X.
3. Calculer son espérance mathématique.

Exercice 4. Déjà vu ... — 3 points

On considère la fonction k définie sur $[1\,;\,+\infty[$ par $k(x) = \dfrac{1-4x^2}{2-3x^2}$.

1. Montrer que la fonction dérivée de k sur $[1\,;\,+\infty[$ est :

$$k'(x) = \frac{-10x}{\left(2-3x^2\right)^2}$$

2. Déterminer l'équation de la tangente T_1 à $\mathscr{C}_k$ au point d'abscisse 1.
3. Déterminer les coordonnées du point de $\mathscr{C}_k$ qui admet une tangente horizontale.

Fin du devoir

Bonus
Dans une classe de 25 élèves, 12 étudient l'allemand, 20 l'anglais et 12 l'espagnol.
10 élèves étudient l'anglais et l'allemand et parmi eux 1 élève étudie aussi l'espagnol.
Aucun élève n'étudie l'allemand et l'espagnol sans étudier l'anglais et seulement 3 élèves n'étudient que l'espagnol.
On rencontre un élève au hasard de cette classe. Quelle est la probabilité qu'il étudie exactement deux langues vivantes ?