CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER

EXERCICE 4B.1

Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme u^2) sur l'intervalle I.

1. $f(x)=(5x+3)^2$, I = $\mathbb{R}$ u = $5x+3$ u' = 5 Donc $f'(x)=2\times(5x+3)\times5$ $=10(5x+3)$	**2.** $f(x)=(1-3x)^2$, I = $\mathbb{R}$ u = $1-3x$ u' = -3 Donc $f'(x)=2\times(1-3x)\times(-3)$ $=-6(1-3x)$	**3.** $f(x)=\left(2x^3+1\right)^2$, I = $\mathbb{R}$ u = $2x^3+1$ u' = $2\times3x^2=6x^2$ Donc $f'(x)=2\times\left(2x^3+1\right)\times6x^2$ $=12x^2\left(2x^3+1\right)$
4. $f(x)=\left(5+\frac{1}{x}\right)^2$, I = $\mathbb{R}^*$ u = $5+\frac{1}{x}$ u' = $-\frac{1}{x^2}$ $f'(x)=2\times\left(5+\frac{1}{x}\right)\times\left(-\frac{1}{x^2}\right)$	**5.** $f(x)=\left(3+\frac{1}{x^2}\right)^2$, I = $\mathbb{R}^*$ u = $3+\frac{1}{x^2}=3+x^{-2}$ u' = $-2\times x^{-3}=-\frac{2}{x^3}$ $f'(x)=2\times\left(3+\frac{1}{x^2}\right)\times\left(-\frac{2}{x^3}\right)$	**6.** $f(x)=\left(1+\sqrt{x}\right)^2$, I = [0 ; +∞[u = $1+\sqrt{x}$ u' = $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ Donc $f'(x)=2\times\left(1+\sqrt{x}\right)\times\frac{1}{2\sqrt{x}}$ $=\frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

EXERCICE 4B.2

Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme u.v) sur l'intervalle I.

1. $f(x)=x\sqrt{x}$, I = [0 ; +∞[u = x v = $\sqrt{x}$ u' = 1 v' = $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ Donc $f'(x)=1\times\sqrt{x}+x\times\frac{1}{2\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\frac{x}{2\sqrt{x}}$ $=\sqrt{x}+\frac{\sqrt{x}\times\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\frac{\sqrt{x}}{2}=\frac{3\sqrt{x}}{2}$	**2.** $f(x)=x^2\sqrt{x}$, I = [0 ; +∞[u = x^2 v = $\sqrt{x}$ u' = $2x$ v' = $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ Donc $f'(x)=2x\times\sqrt{x}+x^2\times\frac{1}{2\sqrt{x}}=2x\sqrt{x}+\frac{x^2}{2\sqrt{x}}$ $=2x\sqrt{x}+\frac{x\times\sqrt{x}\times\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}=2x\sqrt{x}+\frac{x\sqrt{x}}{2}=\frac{5x\sqrt{x}}{2}$
3. $f(x)=(2x-3)(5x+1)$, I = $\mathbb{R}$ u = $2x-3$ v = $5x+1$ u' = 2 v' = 5 Donc $f'(x)=2\times(5x+1)+(2x-3)\times5$ $=10x+2+10x-15=20x-13$	**4.** $f(x)=\left(2x^2-3x\right)\left(5x^2+1\right)$, I = $\mathbb{R}$ u = $2x^2-3x$ v = $5x^2+1$ u' = $4x-3$ v' = $5\times2x=10x$ Donc $f'(x)=(4x-3)\left(5x^2+1\right)+\left(2x^2-3x\right)\times10x$ $f'(x)=20x^3+4x-15x^2-3+20x^3-30x^2$ $f'(x)=40x^3-45x^2+4x-3$
5. $f(x)=x^3\left(3-5x^2\right)$, I = $\mathbb{R}$ u = x^3 v = $3-5x^2$ u' = $3x^2$ v' = $-5\times2x=-10x$ Donc $f'(x)=3x^2\times\left(3-5x^2\right)+x^3\times(-10x)$ $=9x^2-15x^4-10x^4$ $=9x^2-25x^4=x^2\left(9-25x^2\right)$	**6.** $f(x)=\sqrt{x}\left(5-\frac{1}{x^4}\right)$, I = $\mathbb{R}^*$ u = $\sqrt{x}$ v = $5-\frac{1}{x^4}=5-x^{-4}$ u' = $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ v' = $-(-4)x^{-5}=\frac{4}{x^5}$ Donc $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}\times\left(5-\frac{1}{x^4}\right)+\sqrt{x}\times\frac{4}{x^5}$